

MÁRCIO YOSHIKAZU EMATSU

**ANÁLISE ESPECTRAL DA CORRENTE DE PARTIDA
DE MOTORES DE INDUÇÃO PARA DETECÇÃO DE
FALHAS NAS BARRAS DO ROTOR**

FLORIANÓPOLIS

2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANÁLISE ESPECTRAL DA CORRENTE DE PARTIDA
DE MOTORES DE INDUÇÃO PARA DETECÇÃO DE
FALHAS NAS BARRAS DO ROTOR**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

MÁRCIO YOSHIKAZU EMATSU

Florianópolis, julho de 2008.

ANÁLISE ESPECTRAL DA CORRENTE DE PARTIDA DE MOTORES DE INDUÇÃO PARA DETECÇÃO DE FALHAS NAS BARRAS DO ROTOR

Márcio Yoshikazu Ematsu

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



Walter Pereira Carpes Jr., Dr.
Orientador



Kátia Campos de Almeida, Ph. D.
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

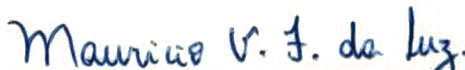
Banca Examinadora:



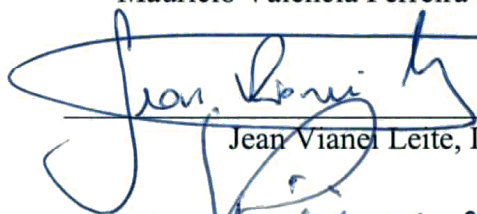
Walter Pereira Carpes Jr., Dr.
Presidente



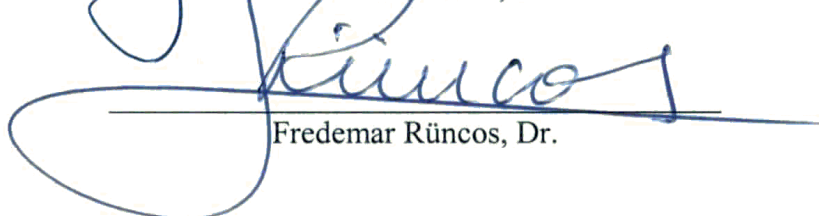
Nelson Jhoé Batistela, Dr.



Maurício Valência Ferreira da Luz, Dr.



Jean Vianei Leite, Dr.



Fredemar Rüncos, Dr.

DEDICATÓRIA

À minha esposa Denise, por tudo que ela representa em minha vida. Durante todos esses anos de relacionamento sempre me apoiou, me deu força, carinho, dedicação e fez de tudo para que esse sonho pude ser realizado.

“Por trás de uma vitória, há inúmeras dificuldades, esforços sinceros e lutas atrozes. Eis porque vencer é uma alegria. A vitória nos possibilita gerar felicidade para nós próprios e para os outros.”
(Daisaku Ikeda)

AGRADECIMENTOS

A WEG Equipamentos Elétricos S.A., que possibilitou a concretização deste trabalho.

Ao Departamento de Vendas Técnicas – Motores pelo tempo concedido para finalização deste trabalho.

Ao Departamento de Controle de Qualidade – Motores, onde iniciei minha jornada.

Ao pessoal do Laboratório Elétrico IV pela ajuda na execução dos ensaios.

Ao Prof. Dr. Walter Pereira Carpes Jr pela orientação do trabalho e pela confiança depositada.

À minha esposa por todo seu apoio, carinho, dedicação e paciência durante toda essa jornada e sabe quantos problemas enfrentamos para chegarmos aqui.

Ao meu filho que, apesar de ser apenas um bebê, pôde me dar forças em momentos cruciais.

Aos meus pais, que desde pequeno me ensinaram a importância do estudo.

Ao meu mestre, Dr. Daisaku Ikeda por todos os seus direcionamentos que nos últimos anos fizeram uma grande diferença em minha vida.

E a todos meus amigos que me apoiaram para concretizar esse sonho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ANÁLISE ESPECTRAL DA CORRENTE DE PARTIDA DE MOTORES DE INDUÇÃO PARA DETECÇÃO DE FALHAS NAS BARRAS DO ROTOR

Márcio Yoshikazu Ematsu

Julho/2008

Orientador: Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

Área de Concentração: Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavras-chave: motor de indução, corrente de partida, barras falhadas, wavelets.

Número de Páginas:

Este trabalho consiste na análise da corrente de partida do motor de indução para a detecção de falhas nas barras do rotor. Esta análise difere da grande maioria dos métodos atualmente empregados, pois a máquina não precisa operar nas condições nominais de carga. Com isso, algumas desvantagens relativas às metodologias largamente utilizadas, como escorregamento inconstante e baixa relação sinal/ruído são eliminadas. A metodologia consiste em extrair o sinal fundamental da corrente de partida e analisar o restante do sinal utilizando a transformada wavelet. Foram utilizados três motores de indução com polaridades diferentes para a avaliação da metodologia proposta. Os resultados mostraram que é possível detectar falhas nas barras do rotor. Pode-se observar que o sinal decomposto pela transformada wavelet apresenta variações significativas na presença de falhas em pelo menos uma barra do rotor. A necessidade de se variar os parâmetros de convergência do sistema de extração da fundamental bem como a localização variável das falhas na decomposição wavelet ainda impede a aplicação da metodologia proposta em larga escala.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the Master's Degree in Electrical Engineering.

SPECTRAL ANALYSIS OF THE STARTING CURRENT OF INDUCTION MOTORS FOR DETECTION OF ROTOR BROKEN BARS

Márcio Yoshikazu Ematsu

July/2008

Advisor: Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

Area of Concentration: Electromagnetism and Electromagnetic Devices.

Keywords: induction motor, starting current, broken bars, wavelets.

Number of pages:

This work aims at analyzing the starting current of the induction motor for the detection of rotor broken bars. This analysis currently differs from the great majority of the methods employed; therefore the machine does not need to operate in the nominal load conditions. Thus, some relative disadvantages to the methodologies widely used, as inconstant slipping and low signal/noise relation are eliminated. The methodology consists of extracting the fundamental signal of the starting current and analyzing the remaining signal using transformed wavelet. Three induction motors with different speeds were used for the evaluation of the methodology. The results showed that it is feasible to detect broken bars of the rotor. It can be observed that the signal decomposed by using transformed wavelet presents meaningful variations in the presence of one broken bar at least. The necessity to vary the convergence parameters of the fundamental extraction system as well as the changeable localization of the faults in the wavelet decomposition still hinders the application of the proposed methodology on a large scale.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTOR ELÉTRICO	1
1.1.1	<i>Motores de corrente contínua</i>	2
1.1.2	<i>Motores de corrente alternada</i>	2
1.2	FALHAS EM MOTORES ELÉTRICOS	3
1.3	OBJETIVOS	5
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	5
2	DETECÇÃO DE FALHAS NO ROTOR	7
2.1	INTRODUÇÃO	7
2.2	O ROTOR DE GAIOLA	7
2.3	FLUXOGRAMA DE DETECÇÃO DE FALHAS	9
2.4	ANÁLISE DA CORRENTE DO MOTOR EM REGIME PERMANENTE	10
2.4.1	<i>Método Utilizando o MCSA</i>	10
2.4.2	<i>Outros Métodos</i>	13
2.5	ANÁLISE DA CORRENTE DO MOTOR EM REGIME TRANSITÓRIO	17
3	WAVELETS	24
3.1	INTRODUÇÃO	24
3.2	HISTÓRICO E TEORIA	24
3.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	28
4	MÉTODO DE EXTRAÇÃO DE SENÓIDES NÃO-ESTACIONÁRIAS	29
4.1	INTRODUÇÃO	29
4.2	DESCRIÇÃO DO ALGORÍTIMO	29
4.3	PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DO ALGORÍTIMO	34
4.4	SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS	36
5	MÉTODOLOGIA DE TRABALHO	40
5.1	OBJETIVOS DO MÉTODO	40
5.2	AQUISIÇÃO DE DADOS	41
5.3	EXTRAÇÃO DA FUNDAMENTAL	43
5.4	DECOMPOSIÇÃO WAVELET	45
5.5	INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA	46
5.6	CONCLUSÃO	47

6	RESULTADOS	48
6.1	INTRODUÇÃO	48
6.2	SINAIS E RESULTADOS	49
6.2.1	<i>Motor: 7,5cv – 2 pólos – 220V – 112M</i>	49
6.2.2	<i>Motor: 3cv – 4 pólos – 220V – 90L</i>	52
6.2.3	<i>Motor: 4cv – 6 pólos – 220V – 112M</i>	55
6.3	CONSIDERAÇÃO SOBRE OS RESULTADOS	58
6.4	CONCLUSÃO	59
7	CONCLUSÃO	60
	APÊNDICE A	62
A.1	A TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA (TWC)	62
A.2	PROPRIEDADES	64
A.2.1	<i>Condição de Admissibilidade</i>	64
A.2.2	<i>Resoluções de Tempo e Frequência</i>	65
A.3	DISCRETIZAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA	67
A.4	A TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA	70
A.4.1	<i>Análise de Múltipla Resolução (AMR) [29]</i>	70
A.4.2	<i>Banco de Filtros [29]</i>	76
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	86

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Universo de Motores Elétricos (WEG EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS)	3
Figura 2.1 – Gaiola do Rotor de um Motor de Indução.	8
Figura 2.2 – Diagrama de Bloco de um Esquema Genérico de Detecção de Falhas.	10
Figura 2.3 – Espectro de Corrente Típico de um Motor de Indução Sadio [11].	13
Figura 2.4 – Espectro de Corrente de um Motor de Indução com Barras Falhadas [11].	13
Figura 2.5 – Fluxograma de Detecção de Falhas via Redes Neurais [4].	14
Figura 2.6 – Diferença entre o Espectro de Frequência do Sinal e sua Versão Filtrado e o Threshold.	15
Figura 2.7 – Detecção da Falha através do Espectrograma [2].	19
Figura 2.8 – Análise do Transiente da Corrente de Partida para uma Determinada Frequência [20].	20
Figura 2.9 – Análise para Diferentes Quantidades de Barras Falhadas [11].	20
Figura 2.10 – Exemplo de Variação da Frequência durante o Processo de Partida [15].	21
Figura 2.11 – TWD de uma Corrente de Partida Simulada: (a) Sem Falhas e (b) Com 1 Barra Falhada [15].	21
Figura 2.12 – Corrente e Torque Eletromagnético de Partida Considerando o Rotor sem Falhas [4].	22
Figura 2.13 – Corrente e Torque Eletromagnético de Partida Considerando Duas Barras Falhadas [4].	22
Figura 2.14 – Extração Característica Baseada no Torque Eletromagnético para o Rotor sem Falhas [23].	22
Figura 2.15 – Extração Característica Baseada no Torque Eletromagnético para Duas Barras Falhadas [23].	23
Figura 3.1 – Resolução da STFT (Esquerda) e a Transformada Wavelet (Direita).	26
Figura 4.1 – Diagrama em Blocos do Algoritmo de Extração da Fundamental [37].	33
Figura 4.2 – Convergência da Órbita Periódica [37].	36
Figura 4.3 – Desempenho do Algoritmo na Extração do Sinal Senoidal [37].	37
Figura 4.4 – Desempenho do Algoritmo Considerando Fase Constante [37].	38
Figura 4.5 – Convergência da Órbita Periódica Considerando uma Condição Inicial Diferente [37].	39
Figura 5.1 – Fluxograma da Metodologia de Trabalho.	40
Figura 5.2 – Placa de Identificação dos Motores Ensaados (WEG EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS).	41
Figura 5.3 – Furos na Barra do Rotor para Simulação da Falha.	42
Figura 5.4 – Disposição das Falhas nos Rotores de II, IV e VI Pólos Respectivamente.	42
Figura 5.5 – Corrente Durante a Partida do Motor de 7,5CV.	43
Figura 5.6 – Sinais de Frequência Variando-se Somente o Parâmetro m_2 .	44
Figura 5.7 – Sinais de Frequência Variando-se Somente o Parâmetro m_1 .	44
Figura 5.8 – Wavelet Daubechies 8.	45
Figura 5.9 – Sinais Escalonados para Diferentes Wavelets.	45
Figura 5.10 – Decomposição em Diversas Escalas para o Mesmo Sinal.	46
Figura 6.1 – Fundamental Extraída para o Motor de 2 Pólos.	49
Figura 6.2 – Amplitude dos Sinais Extraídos para o Motor de 2 Pólos.	50
Figura 6.3 – Sinais de Frequência Extraídas para o Motor de 2 Pólos.	50
Figura 6.4 – Sinal Sem a Fundamental para o Motor de 2 Pólos.	51
Figura 6.5 – Sinal Sem a Fundamental Após a Convergência do Sistema.	51
Figura 6.6 – Decomposição Wavelet para a Escala D7.	52

Figura 6.7 – Fundamental Extraída para Cada Condição de Falha.	52
Figura 7.8 – Amplitude da Fundamental Extraída do Motor 4 Pólos.	53
Figura 6.9 – Frequência da Fundamental Extraída do Motor 4 Pólos.	53
Figura 6.10 – O Sinal de Corrente Após a Extração da Fundamental.	54
Figura 6.11 – Sinal Considerado na Análise por Decomposição Wavelet.	54
Figura 6.12 – Decomposição Wavelet para a Escala D6.	55
Figura 6.13 – Fundamental Extraída do Motor 6 Pólos Considerando as Diversas Falhas.	55
Figura 6.14 – Amplitude da Fundamental Extraída do Motor 6 Pólos.	56
Figura 6.15 – Frequência da Fundamental Extraída do Motor 6 Pólos.	56
Figura 6.16 – O Sinal de Corrente Após a Extração da Fundamental.	57
Figura 6.17 – Sinal Considerado na Análise por Decomposição Wavelet.	57
Figura 6.18 – Decomposição Wavelet para a Escala D7.	58
Figura A.2.1 – Comparação entre a Análise Através da STFT e da Transformada Wavelet de Altas e Baixas Frequências	65
Figura A.2.2 – Representação das Resoluções de Tempo e Frequência [24].	66
Figura A.3.1 – Localização das Wavelets Discretas no Espaço Tempo-Escala num Grid Diádico [30].	69
Figura A.4.1 – Espaços V_j e W_j .	72
Figura A.4.2 – A Equação de Duas Escalas para a Escala Haar.	75
Figura A.4.3 – A Equação de Duas Escalas para a Escala Haar.	76
Figura A.4.4 – Visão da Análise/Síntese da DWT.	77
Figura A.4.5 – Sub-Amostragem.	79
Figura A.4.6 – Filtro e Sub-Amostragem.	80
Figura A.4.7 – Filtro e Sub-Amostragem.	80
Figura A.4.8 – Síntese de um Estágio.	83
Figura A.4.9 – Banco de Filtros de Reconstrução Perfeita.	84
Figura A.4.10 – Banco de Filtros de Reconstrução Perfeita Causal.	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Dados dos motores elétricos utilizados no ensaio.	41
Tabela 6.1 – Parâmetros do Sistema de Extração da Fundamental.	48
Tabela 6.2 – Comparativo entre a energia do sinal em p.u. e o número de barras danificadas.	59

1 INTRODUÇÃO

O trabalho em questão nasceu da necessidade de se encontrar possíveis falhas no rotor durante os testes na linha de produção de motores de indução trifásicos.

Considerando a unidade Motores da empresa WEG Equipamentos Elétricos S.A., tanto as linhas de bobinagem quanto as linhas de montagem possuem painéis de testes para avaliação geral do motor. Atualmente cerca de cinquenta mil motores são fabricados diariamente e 100% desses motores passam pelo teste de linha. Os testes são do tipo passa-não-passa, pois se isenta da necessidade de avaliação por parte do operador e minimiza os erros de repetibilidade.

Os painéis de bobinagem realizam ensaios que basicamente avaliam a isolação do motor, o desbalanceamento de resistência entre as fases e a corrente em vazio. Existem vários tipos de teste para avaliação da isolação do estator, como o teste de alta tensão AC, alta tensão DC, surto e descargas parciais.

Os painéis de montagem realizam testes voltados para a isolação do motor, desbalanceamento de corrente e parâmetros em vazio. Vários trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de acrescentar análises durante os testes em vazio.

Através da corrente de partida é possível estimar alguns parâmetros do motor, de modo que a avaliação se compare a um ensaio de rotina feito normalmente em dinamômetros.

Atualmente os rotores são avaliados de forma invasiva e não contemplam 100% dos rotores fabricados, pois os equipamentos possuem algumas limitações relativas ao tamanho.

Uma outra forma de análise é feita nos laboratórios elétricos utilizando-se os dinamômetros para simulação de carga. O método utilizado está descrito no capítulo II, onde o MCSA é utilizado para avaliação do espectro de corrente.

1.1 MOTOR ELÉTRICO

Motor elétrico é a máquina destinada a transformar energia elétrica em energia mecânica. O motor de indução é o mais usado de todos os tipos de motores, pois combina as vantagens da utilização de energia elétrica - baixo custo, facilidade de transporte, limpeza e

simplicidade de comando - com sua construção simples, custo reduzido, grande versatilidade de adaptação às cargas dos mais diversos tipos e melhores rendimentos.

A figura 1.1 mostra o universo de motores elétricos existentes no mercado. A grande maioria está relacionada aos motores de indução tanto monofásicos quanto trifásicos.

Os tipos mais comuns de motores elétricos são:

1.1.1 Motores de corrente contínua

São motores de custo mais elevado e, além disso, precisam de uma fonte de corrente contínua, ou de um dispositivo que converta a corrente alternada em contínua. Podem funcionar com velocidade ajustável entre amplos limites e se prestam a controles de grande flexibilidade e precisão. Por isso, seu uso é restrito a casos especiais em que estas exigências compensam o custo muito mais alto da instalação.

1.1.2 Motores de corrente alternada

São os mais utilizados, porque a distribuição de energia elétrica é feita normalmente em corrente alternada. Os principais tipos são:

1.1.2.1 Motor síncrono

Funciona com velocidade fixa e é utilizado somente para grandes potências (devido ao seu alto custo em tamanhos menores se comparado aos motores de indução) ou quando se necessita de velocidade invariável.

1.1.2.2 Motor de indução

Funciona normalmente com uma velocidade constante, que varia ligeiramente com a carga mecânica aplicada ao eixo. Devido a sua grande simplicidade, robustez e baixo custo, é o motor mais utilizado de todos, sendo adequado para quase todos os tipos de máquinas acionadas encontradas na prática. Atualmente é possível controlarmos a velocidade dos motores de indução com o auxílio de conversores de frequência.

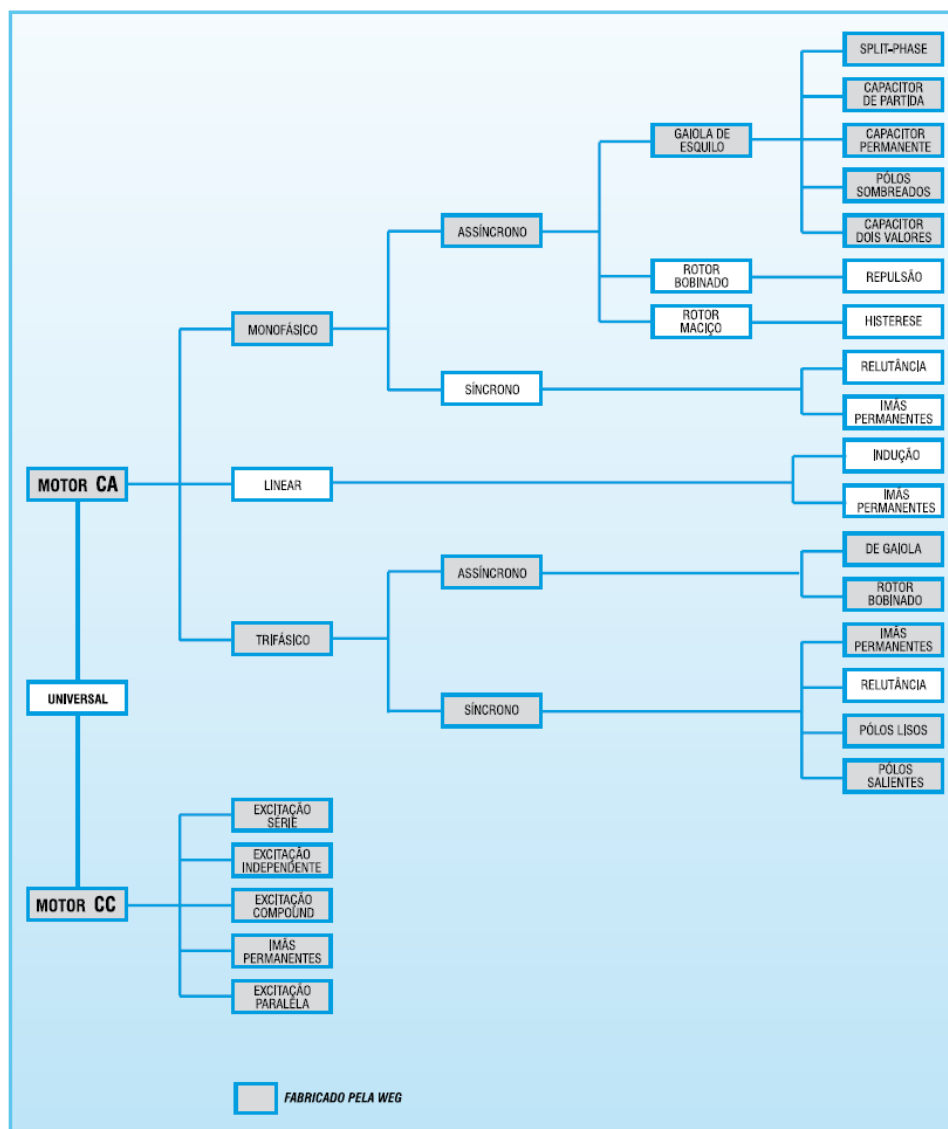


Figura 1.1 - Universo de Motores Elétricos (WEG Equipamentos Elétricos)

1.2 FALHAS EM MOTORES ELÉTRICOS

O modo mais popular de converter energia elétrica em energia mecânica é utilizando motores de indução. Esses motores têm um papel crucial nas plantas industriais modernas, no entanto existem condições de serviço adversas [1].

Os motores de indução são componentes críticos de muitos processos industriais e são freqüentemente integrados em equipamentos e processos industriais disponíveis comercialmente [2].

Nos dias atuais, as máquinas elétricas são os *workhorses* da indústria. Segurança, confiabilidade, eficiência e desempenho são algumas das principais preocupações e

necessidades para as aplicações eletromecânicas. Assim, a detecção e o diagnóstico antecipado de falhas permitem uma manutenção preventiva mais eficiente, evitando longos períodos de parada das máquinas devido a uma falha crítica [3].

Nos últimos anos, melhorias marcantes têm sido alcançadas no projeto e manufatura do estator bobinado. Mas o projeto do rotor de gaiola tem sofrido pouca mudança. Como resultado, falhas no rotor (falhas nas barras do rotor e anéis de curto) agora responde por uma grande porcentagem do total das falhas envolvendo o motor de indução [4].

Os indicadores mais comuns para barras falhadas nos motores de gaiola são vibração excessiva, ruído e faíscação durante a partida do motor, mas tais efeitos secundários tornam-se visíveis somente quando as falhas incipientes têm crescido para envolver diversas barras falhadas [5].

Devido ao progresso das técnicas de processamento de sinais e instrumentos relacionados, o monitoramento on-line tem sido utilizado em máquinas elétricas na quais falhas elétricas e mecânicas possam ser consideradas como eventos catastróficos [6].

Muitos pesquisadores têm trabalhado no problema de detecção de falhas no rotor em máquinas de indução enquanto a máquina ainda permanece em operação. Os métodos propostos têm sido variados, incluindo medições da velocidade do rotor para verificar falhas indicadas por *ripples* de velocidade, medições de vibração e medições de fluxo radial. O principal problema desses métodos de monitoramento é que eles são essencialmente invasivos, necessitando a colocação de transdutores internamente ou ao redor da máquina, além de interromper a operação. Por essas razões, a corrente de linha tem se tornado o parâmetro favorito para o propósito de detecção de falhas no rotor nos motores de indução. A corrente de linha pode ser monitorada de forma não-invasiva através de transdutores de corrente *clip-on* sem a necessidade de interromper a operação e o sistema pode ser versátil e portátil [7].

Tradicionalmente, a MCSA (*Motor Current Signature Analysis*) tem sido utilizada para detecção de falhas elétricas e mecânicas dos motores de indução [8]. Por muitos anos esta análise tem sido implementada utilizando ferramentas matemáticas e capacidade computacional limitada [9].

Uma das principais razões para o uso de técnicas de monitoramento on-line por MCSA se deve ao fato das outras técnicas necessitarem de acesso mais invasivo na máquina. Isto implica que a operação do motor deve ser interrompida devido à instalação dos equipamentos necessários para a medição de sinais confiáveis. Esta técnica de monitoramento facilita o uso conveniente de alicates de corrente para monitorar remotamente qualquer número de motores da planta [10].

Os métodos mais utilizados no monitoramento das condições das máquinas de indução utilizam o espectro dos componentes do estator trabalhando em regime permanente. Estes componentes espectrais incluem tensão, corrente e potência e são usados para detectar barras quebradas no rotor, falhas no rolamento e excentricidade do entreferro. A precisão dessas técnicas depende da carga da máquina, da relação sinal-ruído dos componentes espectrais que estão sendo examinados [11].

Os trabalhos mais recentes, no entanto, tem desenvolvido técnicas de monitoramento da corrente do motor em regime transitório, ou seja, na partida do motor. As altas correntes durante este curto período removem a necessidade de colocar o motor em carga e resulta em vantagens significativas [7].

1.3 OBJETIVOS

O presente trabalho pretende avaliar as condições do rotor através da corrente de partida adquiridas nos painéis de teste de montagem e dessa forma agregar mais valor aos ensaios realizados. Além disso, o trabalho objetiva poder avaliar 100% dos rotores através de sistemas já existentes e contribuir para a diminuição dos índices de defeito em campo.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação se compõe de 7 capítulos. O capítulo 2 versa sobre os métodos usualmente utilizados para detecção de falhas em rotores. Estes métodos são tanto invasivos quanto não-invasivos e utilizam diversas ferramentas matemáticas.

O capítulo 3 explora a teoria das wavelets, dando um panorama geral de sua aplicabilidade e enfoca de modo mais específico a teoria de múltiplas resoluções. Uma das ferramentas principais desse trabalho está relacionada às wavelets.

No capítulo 4 finaliza-se a parte teórica, mostrando uma ferramenta para extração da fundamental de sinais não-estacionários. Esta ferramenta tem sido utilizada para detecção de falhas nos rotores, juntamente com a transformada wavelet em alguns trabalhos científicos.

São relatados nos capítulos 5, 6 e 7, respectivamente, a metodologia utilizada, os resultados obtidos e a conclusão do trabalho.

2 DETECÇÃO DE FALHAS NO ROTOR

2.1 INTRODUÇÃO

Atualmente existem diversos métodos de detecção de falhas em rotores. Esses métodos podem ser tanto invasivos, onde há a necessidade de teste diretamente no rotor ou não-invasivos, cuja análise se concentra na corrente estatórica do motor.

A vantagem de se utilizar os métodos não-invasivos se encontra na possibilidade de realizar avaliações *in loco* sem a necessidade de retirar o motor de operação. O método não-invasivo mais difundido utiliza o espectro da corrente do motor em carga para avaliar possíveis barras falhadas.

Os métodos mais recentes utilizam a corrente de partida para a análise de falha, tendo como vantagem principal a não necessidade de se operar o motor em carga. Assim, a corrente do motor partindo em vazio seria suficiente para a detecção. Nesses métodos, a ferramenta mais difundida para análise do sinal é a transformada Wavelet discreta, que será discutida posteriormente.

2.2 O ROTOR DE GAIOLA

Os testes de um rotor gaiola de esquilo requerem alguns entendimentos de como funciona o rotor. O rotor de um motor de indução é igual ao secundário de um transformador, sendo o estator do motor o primário. Isso é mais fácil de visualizar na partida do motor, quando o rotor não está girando. Correntes e tensão são induzidas nas barras e anéis de curto que formam a gaiola do rotor.

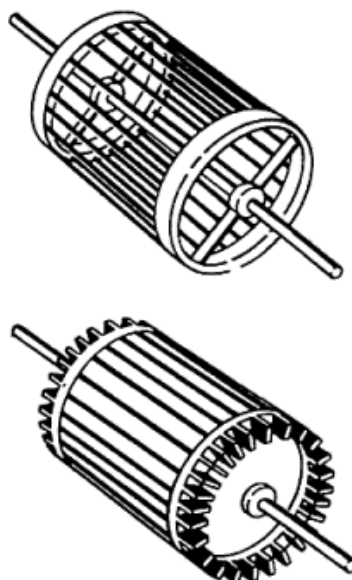


Figura 2.1 - Gaiola do rotor de um motor de indução.

Existem outros tipos de rotores utilizados em motores AC tais como síncronos e rotores bobinados, no entanto, o foco deste trabalho está nos rotores de gaiola dos motores de indução.

As barras do rotor de gaiola formam caminhos paralelos, unidos nas extremidades pelos anéis de curto. Os pólos do enrolamento do estator dividem as barras do rotor em circuitos paralelos, iguais em número à quantidade de pólos do estator. O número de pólos do rotor é sempre igual ao número de pólos do estator. Um enrolamento de 2 pólos divide o rotor em dois circuitos paralelos que se movem continuamente ao redor da gaiola do rotor. Quanto maior o número de pólos, maior o número de circuitos do rotor. Os anéis de curto completam esses circuitos. Assim, o anel de curto de um enrolamento de 2 pólos estará sujeito a correntes maiores do que aquelas nos enrolamentos com polaridade superior. Este fator faz com que a integridade do anel de curto seja mais crítica conforme o número de pólos diminui (e a velocidade aumenta).

A corrente conduzida através das barras do rotor é essencialmente proporcional ao número de pólos num enrolamento para um dado motor. Por exemplo, um enrolamento de 2 pólos espalha os pólos em cerca de metade das barras, enquanto que um enrolamento de 4 pólos divide as barras em um quarto (quadrante). Isso possibilita a utilização do mesmo formato e do mesmo tamanho da barra do rotor para um número de projetos de enrolamento com diferente número de pólos. Sem considerar o número de pólos, uma única barra do rotor aberta pode reduzir o torque do motor, além de provocar outros problemas tais como

vibração. Os distúrbios no torque e na vibração se devem ao fato que a corrente na barra falhada será menor que nas barras adjacentes. A barra falhada contribuirá dessa forma com menos torque quando passa nos pólos do enrolamento do estator, criando uma vibração adicional ao motor.

Diversas técnicas de diagnóstico estão disponíveis para rotores e estatores em motores de indução, entre eles testes padrões como resistência de isolamento, índice de polarização, absorção dielétrica, teste de surto e descargas parciais. Todos eles indicam as condições de isolamento do estator bobinado. Alguns testes off-line como teste Growler ou Rotor Influence Check (RIC), determinam as condições do rotor.

Os dispositivos Growlers são utilizados para detectar barras interrompidas no interior do núcleo de chapas. O fluxo gerado pelo enrolamento do dispositivo passa ao redor do circuito criado pelo dispositivo e as chapas do rotor. Quando existe uma barra interrompida, a parte metálica do dispositivo irá vibrar devido à força magnética gerada pelo fluxo magnético na barra.

O Rotor Influence Check (RIC) é um teste que examina a relação entre os campos do rotor e estator. O rotor é girado incrementalmente através de uma face do pólo, gravando-se a indutância de fase para cada posição. Os padrões gerados são combinados com os resultados dos testes padrão para confirmar a presença de problemas no rotor, estator e entreferro. Os parâmetros coletados são sensíveis o bastante para detectar porosidade excessiva em rotores injetados, barras do rotor rachadas ou quebradas ou outras condições de falha [12].

No entanto, é necessário retirar o rotor do motor montado ou ao menos, ter o motor fora de serviço para aplicar o diagnóstico. Dessa forma, não é surpresa que os esforços estão direcionados para o desenvolvimento de teste on-line com sensibilidade suficiente para substituir o teste off-line de avaliação das condições do rotor considerando integridade mecânica e elétrica [13].

2.3 FLUXOGRAMA DE DETECÇÃO DE FALHAS

Segundo [14], o processo de detecção de falhas no rotor pode ser dividido em quatro blocos. O primeiro bloco consiste na *aquisição dos sinais* do motor de indução, através de sensores e uma placa de aquisição de dados. As grandezas podem ser correntes, tensões,

velocidade, vibração, etc. São estes sinais que serão analisados pelo segundo bloco chamado de *condicionamento de sinal*. Nesta parte os sinais são preparados de acordo com o método a ser aplicado. Vários são os métodos utilizados na busca pela detecção das falhas, podendo utilizar desde transformadas de Fourier, Wavelets até método de elementos finitos. E são exatamente estes diversos métodos que representam o terceiro bloco. A última parte do processo consiste na avaliação da severidade da falha, ou seja, o quanto essas falhas estão afetando a vida útil do motor.

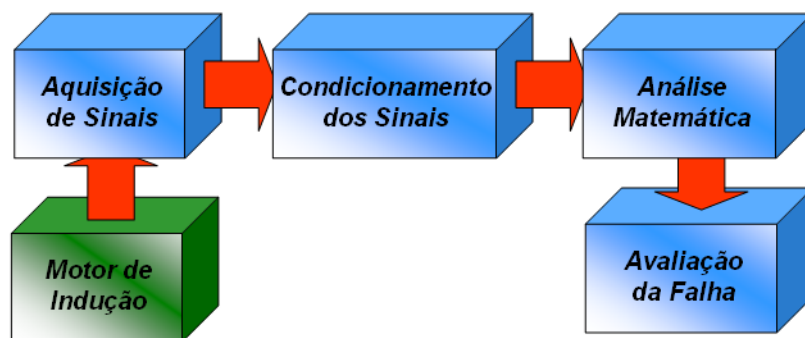


Figura 2.2 - Diagrama de bloco de um esquema genérico de detecção de falhas.

2.4 ANÁLISE DA CORRENTE DO MOTOR EM REGIME PERMANENTE

2.4.1 Método Utilizando o MCSA

Durante os anos 70, uma teoria de campo generalizada foi utilizada de modo a mostrar que a presença de assimetrias em ambos os membros de uma máquina de indução levam à indução de correntes com uma sequência infinita de frequências [15].

Da teoria do campo rotacional generalizado é sabido que uma assimetria magnética ou elétrica no rotor de uma máquina de indução causa uma componente espectral na corrente fundamental do estator. Uma barra quebrada pode ser vista como uma assimetria e os componentes espectrais podem ser utilizados em diagnósticos, caso as diferentes causas possam ser claramente separadas daquelas de mesmo efeito.

Por exemplo, assimetrias intrínsecas ao processo de fabricação podem produzir o mesmo componente no espectro de corrente do motor, mas sua amplitude é usualmente mais baixa que os componentes de corrente produzidas por uma única barra quebrada [16].

O efeito de uma barra quebrada pode ser decomposto como a superposição de duas configurações: a máquina no estado sadio mais uma máquina com uma fonte de corrente fluindo através da barra quebrada, com um valor igual à corrente em condições saudáveis, mas com sentido oposto, dando a soma uma corrente nula através da barra considerada.

Dentre esses componentes de corrente gerados no enrolamento do motor provenientes a variações no campo do entreferro, os mais relevantes são aqueles que são induzidos pelos componentes do campo falho com p pares de pólos. Esses componentes são conhecidos como harmônicas de banda lateral e suas frequências são dadas por (2.1).

$$f_b = (1 \pm 2s)f \quad (2.1)$$

em que s é o escorregamento e f é a frequência de alimentação do motor.

Essas harmônicas já existem na máquina sadia devido às assimetrias, imperfeições causadas pelo processo de fabricação e outras características construtivas da máquina. Mas, no caso de uma barra falhada no rotor, essas amplitudes são significativamente maiores.

Alguns dos trabalhos já mencionados observaram que o componente $(1 - 2s)f$ se deve especificamente ao campo falho, considerando que os componentes $(1 + 2s)f$ se devem a conseqüente oscilação de velocidade causada pelo campo falho [15].

Este método tem sido largamente utilizado devido a suas vantagens inerentes. No entanto, ele possui algumas desvantagens relacionadas ao diagnostico [17].

A presença de barras falhadas é indicada pela diferença de amplitude menor que 50 dB entre a frequência fundamental e as frequências de bandas laterais [11].

No entanto, o sucesso dessas técnicas de detecção é limitado, uma vez que depende primeiramente da precisão das medições assim como de sua habilidade de diferenciar entre condições normais e condições de falha [10].

Este método de detecção de falhas no rotor é baseado nas seguintes condições:

1. A velocidade da máquina é constante e conhecida;
2. A frequência fundamental do estator é constante;

3. A carga é constante;
4. A máquina tem carga suficiente para separar as bandas laterais da fundamental.

Entre todas as diferentes técnicas para detecção de falhas em máquinas de indução, o MCSA (*Motor Current Signature Analysis*) é uma das técnicas mais usadas. O MCSA foca seus esforços na análise espectral da corrente do estator e tem sido utilizada com sucesso na detecção de barras falhadas. Tipicamente o procedimento consiste em avaliar a amplitude relativa da harmônica de corrente [18].

A MCSA, desenvolvida pelo Oak Ridge National Laboratory (ORNL), é baseada no reconhecimento que um motor elétrico acionando uma máquina elétrica também atua como um transdutor permanentemente conectado e eficiente, detectando pequenas variações de carga do motor no tempo, geradas dentro do sistema mecânico e convertendo-as em sinais de corrente elétrica que fluem pelos cabos de força do motor. Esses sinais, mesmo pequenos em relação à corrente média absorvida pelo motor, podem ser extraídos confiavelmente e não-invasivamente e processada para fornecer indicadores da condição do motor. O desenvolvimento desses sinais pode ser determinado no tempo para dar informações concernentes ao motor e a carga [19]. As frequências dos sinais de corrente são dadas por:

$$f_{brb} = f_1 \left[m \left(\frac{1-s}{\frac{p}{2}} \right) \pm s \right] \quad (2.2)$$

em que p é o número de pares de pólos e $m=1,2,3...$ é a ordem da harmônica. Se a amplitude dessas harmônicas considerando a amplitude da harmônica principal em f_1 é menor que o valor limite, então a máquina é considerada sadia. Caso contrário, uma condição de falha pode ser assumida.

O método clássico de análise com MCSA utiliza a primeira harmônica, encontrando a falha perto de $f_1(1 \pm 2s)$. Outros estudos propõem avaliar o lado da quinta harmônica, encontrando a falha em $f_1(5 - 4s)$ e $f_1(5 - 6s)$ [18].

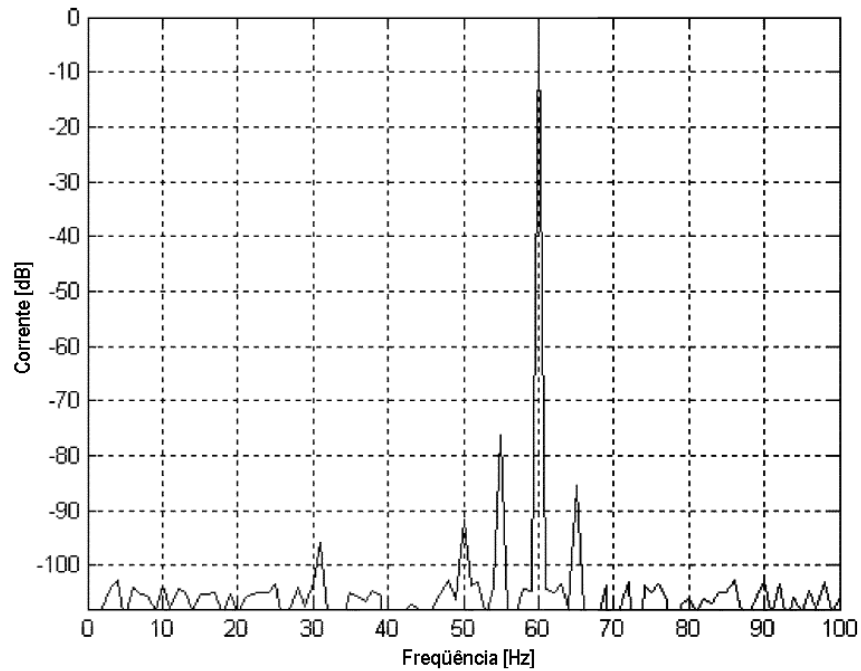


Figura 2.3 – Espectro de corrente típico de um motor de indução sadio [11].

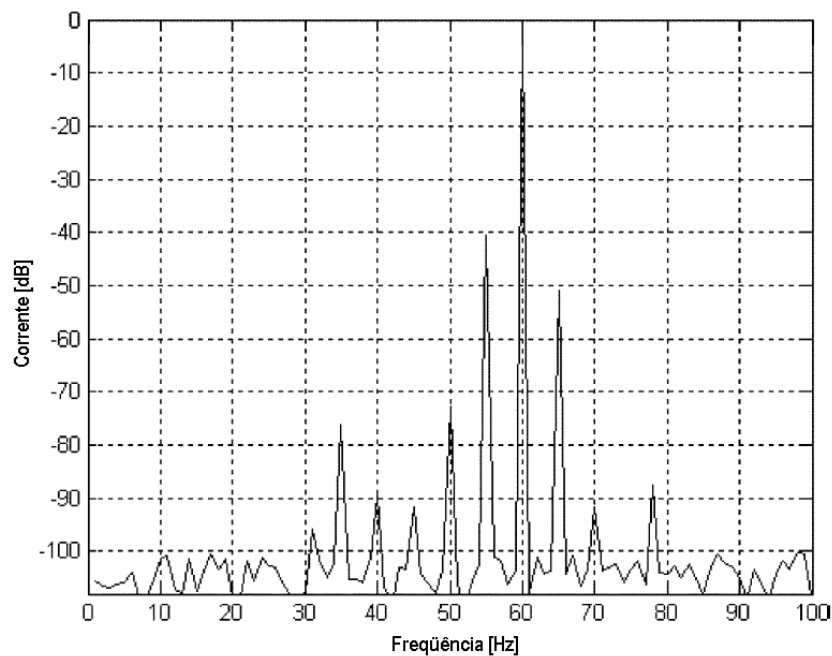


Figura 2.4 - Espectro de corrente típico de um motor de indução com barras falhadas [11].

2.4.2 Outros Métodos

2.4.2.1 Detecção Utilizando uma Classificação Baseada em Redes Neurais

Em [4] é mostrado um sistema que consiste de quatro etapas. O procedimento de diagnóstico é baseado na análise no domínio da frequência do sinal de corrente do estator.

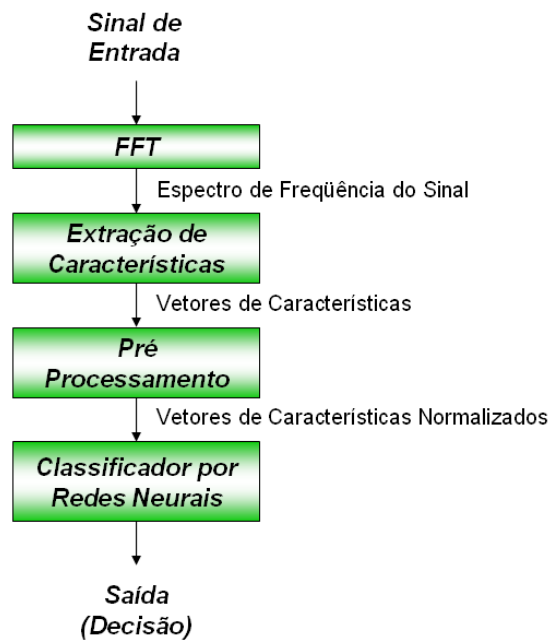


Figura 2.5 - Fluxograma para detecção de falhas via Redes Neurais [4].

O primeiro bloco consiste em aplicar a Transformada Rápida de Fourier (FFT) para utilizar o sinal no domínio da frequência.

Um dos passos mais importantes no desenvolvimento de um sistema de diagnóstico de falha é a extração de características apropriadas do sinal de entrada. Como explicado anteriormente, a existência de barras do rotor quebradas resulta no aparecimento de algumas bandas laterais no espectro da corrente, as quais podem servir como sintoma de falha. Dessa forma, a primeira tarefa é localizar as harmônicas de interesse no espectro de frequência da corrente de linha da máquina e distingui-los do ruído indesejado, tendo como referência o espectro na condição sem falhas.

Um algoritmo de detecção de pico eficiente é desenvolvido para localizar a posição exata da fundamental e das harmônicas de banda lateral. Neste algoritmo, o espectro de frequência do sinal é comparado com sua versão suavizada para localizar os picos. A versão suavizada é derivada utilizando filtragem por média. Como o filtro por média naturalmente não tem sensibilidade para pontos distantes, sua utilização introduz uma insensibilidade robusta e ruidosa para o algoritmo. A diferença entre o sinal e sua versão filtrada é calculada e os picos estão localizados em frequências onde a diferença está acima de certo nível. O *limiar de amplitude* deve ser escolhido de modo a distinguir entre picos consideráveis que deverão ter surgido de falhas e ruídos menores. A média de valores positivos da diferença mencionada

provou ser uma boa medida para o *limiar*. A diferença entre o espectro de frequência do sinal atual e sua versão filtrada é ilustrada na figura 2.6 junto com a linha de *limiar*.

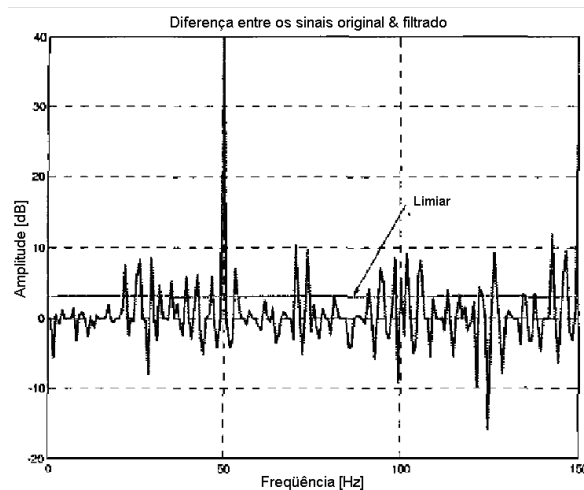


Figura 2.6 – Diferença entre o espectro de frequência do sinal e sua versão filtrada & o limiar.

O algoritmo utiliza as técnicas mencionadas para detectar o pico mais elevado dentro de um intervalo ao redor das bandas laterais. Dessa forma, ele não confia na precisão das frequências de banda laterais computadas e pode trabalhar mesmo se o valor do escorregamento não é preciso.

Várias características descrevendo o tamanho e o formato das harmônicas de banda lateral poderiam ser utilizadas como critério de distinção para os dados vindos de motores sem e com falhas. Algumas das características utilizadas estão listadas abaixo:

- A razão entre a área sob as bandas laterais e a área sob o pico principal;
- A razão entre a altura das bandas laterais e a altura do pico principal;
- O ângulo das harmônicas de banda lateral.

O motivo de se utilizar a razão entre os valores das bandas laterais e o pico principal para a 1ª e 2ª características é que a amplitude da harmônica principal e as bandas laterais aumentam conforme a carga no motor vai se tornando mais pesada. Dessa forma, o uso da razão dos valores como descrito acima fazem das características menos dependente da carga. Deste modo, podemos ter dados comparativos para diferentes condições de carga.

As primeiras duas características estão diretamente relacionadas ao tamanho das harmônicas de banda lateral, enquanto a terceira característica é uma medida de seu formato.

As primeiras duas medidas aumentam com o grau de falha (isto é, número de barras falhadas e extensão da falha). Mas a terceira característica diminui com a extensão da falha.

Como existem duas harmônicas de banda lateral (direita e esquerda), que podem contar similarmente para a falha, os valores médios das características calculadas para as bandas laterais direita e esquerda foram utilizados. Tem sido mostrado que o momento de inércia da carga afeta a amplitude relativa das bandas laterais direita e esquerda.

De modo a verificar se as características são apropriadas para a condição de decisão do motor, uma aproximação consiste em calcular cada característica para um conjunto de dados dos motores sadio e com falhas. Obtém-se assim o histograma dos valores de cada característica para as condições sadio e com falhas, observando-se se os valores das características são suficientemente separáveis para as duas condições mencionadas.

O treinamento de redes neurais pode ser feito de modo mais eficiente se alguns passos de pré-processamento forem desenvolvidos nas entradas e alvos da rede.

A. Normalização Min-Max

Antes de treinar, é muito usual escalar as entradas e alvos de modo que sempre caiam dentro de uma faixa especificada. Uma aproximação para obtermos isso é normalizar os dados relacionados ao seu máximo e mínimo. Assuma n dados dimensionais denotados por x , na qual N amostras estão disponíveis. Mostrando o máximo e o mínimo da dimensão k^{th} de x sobre N amostras por Min_k e Max_k respectivamente, a dimensão k^{th} de x pode ser escalada para cair na faixa $[-1, +1]$ usando a seguinte relação:

$$x_k = \frac{2(x_k - Min_k)}{Max_k - Min_k} - 1 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

B. Normalização Média & Variância

Uma outra aproximação para escalar as entradas e alvos da rede é normalizar a média e a variância do conjunto de dados. Neste método, a média e a variância da dimensão dos dados k^{th} são calculados por N amostra de dados do seguinte modo:

$$m_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ik} \quad (2.4)$$

em que m_k é a média dos dados na dimensão k e x_{ik} são os dados na dimensão k .

$$S_k^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{ik} - m_k)^2 \quad (2.5)$$

em que S_k^2 é a variância dos dados na dimensão k .

Assim, cada dimensão de x é normalizada utilizando a seguinte relação:

$$\hat{x}_k = \frac{x_k - m_k}{S_k} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Os dados normalizados deste modo terão média zero e variância unitária.

A aproximação por Redes Neurais deveria superar todas as dificuldades e limitações de modelos de máquinas com problemas. A rede identifica o sistema físico através de padrões obtidos de diversos exemplos experimentais de máquinas com e sem falhas. Como é bem conhecido, redes neurais são unidades de processamento paralelo com diferentes arquiteturas de conexão e mecanismos de processamento. A identificação do sistema físico é desenvolvida pela sintonia dos pesos de conexão dos processadores computacionais (*neurons*) através do procedimento de treinamento da rede.

2.5 ANÁLISE DA CORRENTE DO MOTOR EM REGIME TRANSITÓRIO

A aproximação clássica utilizada no ambiente industrial para detecção de barras falhadas no rotor de máquinas de indução está baseada na análise da corrente do estator em regime permanente, usando dois componentes harmônicos colocados ao redor da componente principal de frequência, distantes de $-2sf$ e $+2sf$ (harmônicos de banda lateral), onde f é a frequência de alimentação e s o escorregamento. Esta aproximação tem sido largamente utilizada devido às suas vantagens inerentes. Contudo, existem alguns problemas no que diz respeito aos propósitos de diagnóstico. Um deles é a dependência da carga, uma vez que a amplitude das componentes de corrente depende da carga conectada ao motor e da inércia do sistema motor-carga. Além disso, se a máquina está sem carga, esta aproximação é inadequada visto que o escorregamento estará bem próximo de zero e as frequências

associadas com as falhas nas barras do rotor estarão sobrepostas à corrente de alimentação. Um outro problema deste método é que frequências similares àsquelas utilizadas na detecção das barras interrompidas podem ser geradas por outras causas tais como oscilação do torque da carga em baixa frequência, flutuações de tensão ou falhas no rolamento [17].

A necessidade de uma alta corrente, em alguns casos, pode não ser apropriada ou atingível se, por exemplo, o motor foi tirado da planta ou foi removido para uma assistência técnica.

Além de necessitar de uma alta corrente, essas técnicas de monitoramento também têm dificuldades em detectar outras falhas comuns em rotor. Essas falhas incluem: anéis de curto danificados ou barras falhadas em rotor com dupla gaiola [20].

Uma outra desvantagem deste método é que existem muitas aplicações em que a operação com velocidade constante não é possível, como por exemplo em geração eólica ou válvulas operadas por motores.

Uma alternativa para a detecção de barras falhadas no rotor seria examinar o transiente de partida de uma máquina de indução. As vantagens seriam que o transiente tem um alto escorregamento e uma alta relação sinal/ruído, na qual implica que os componentes espectrais podem ser mais facilmente separados. Neste caso, a carga não afeta a amplitude do transiente durante a partida.

Um dos desafios na análise do transiente é a dificuldade em tentar analisar o complexo transiente do sinal de corrente de partida. Isto consiste de uma frequência fundamental não-estacionária assim como frequências não-estacionárias associadas às barras do rotor. As frequências da barra do rotor são uma função do escorregamento da máquina e muda conforme a mesma acelera [11].

Trabalhos recentes têm utilizado a teoria Wavelet para o estudo da corrente de partida. A análise é baseada na convolução da corrente de partida com uma wavelet Gaussiana, o que equivale a uma filtragem do sinal, extraindo os componentes dentro de uma banda de frequência associada à wavelet.

Watson e outros apresentaram uma análise do transiente da corrente de partida através de um espectrograma obtido por decomposição Wavelet. Este trabalho surgiu na Universidade Robert Gordon e visava investigar a possibilidade de utilizar a elevada corrente

de partida. Eles esperavam com isso obter informações sobre a saúde do motor e quem sabe detectar falhas nas barras do rotor sem precisar submeter o motor à carga nominal.

Uma das dificuldades deste método está na variação do escorregamento durante a partida, pois o motor parte de uma rotação nula até chegar próximo à rotação síncrona, diferentemente dos métodos em regime permanente.

O espectrograma mostra a amplitude da corrente com relação à variação do tempo e frequência e a detecção é feita através da avaliação de uma fatia desse espectrograma, ou seja, as amplitudes de corrente são avaliadas para uma determinada frequência e elas tendem a ser elevadas quando existem falhas nas barras do rotor [21].

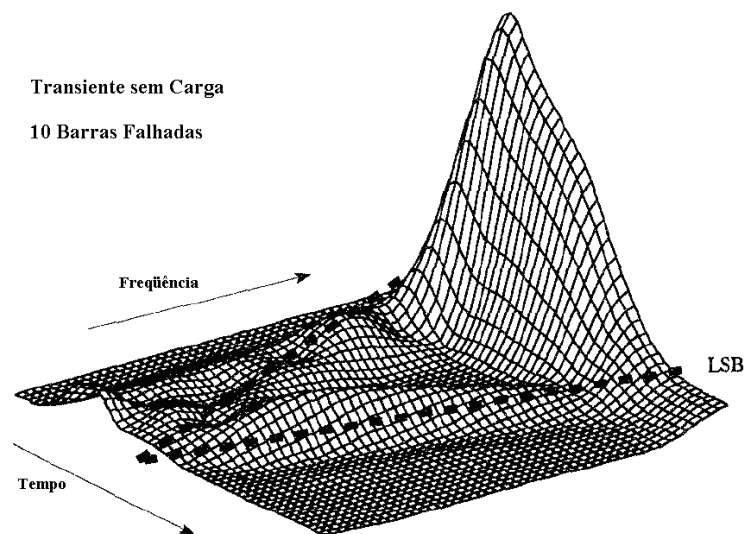
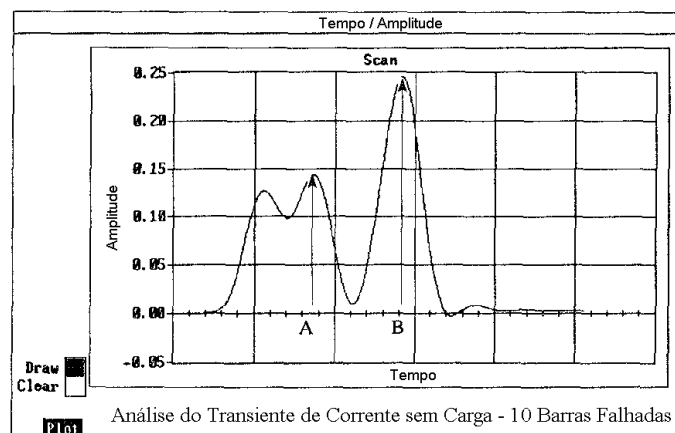


Figura 2.7 – Detecção da falha através do espectrograma [2].

Pelo gráfico da figura 2.8 podemos verificar que a análise consiste na amplitude de três picos.



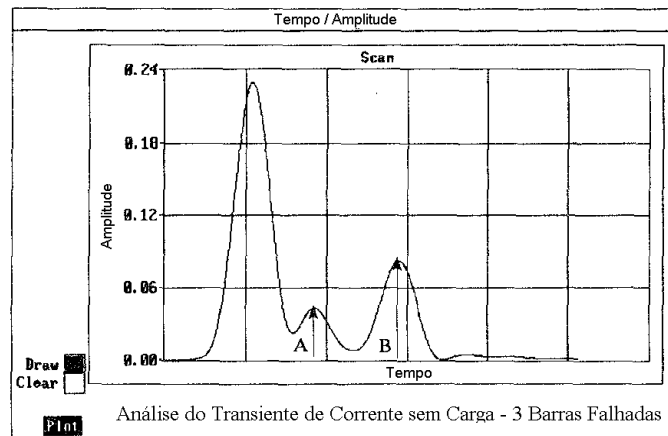


Figura 2.8 – Análise do transiente da corrente de partida para uma determinada frequência [20].

Os picos A e B aumentam gradativamente, à medida que o número de barras falhadas aumenta conforme mostra o gráfico da figura 2.9.

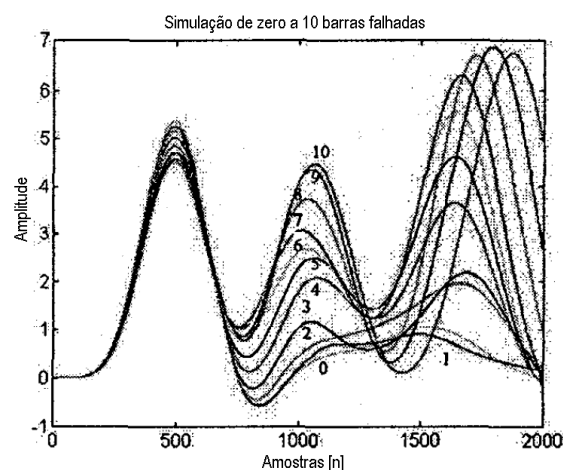


Figura 2.9 – Análise para diferentes quantidades de barras falhadas [11].

Antonino e outros utilizam a transformada wavelet discreta no sinal de corrente na partida do motor. Cada sinal wavelet resultante da decomposição contém os componentes do sinal original que estão incluídos dentro da banda de frequência associada ao sinal wavelet. Dessa forma, se existe uma falha na máquina, a evolução do componente da banda lateral esquerda associado às barras danificadas, durante a partida, pode ser refletida nos níveis mais altos dos sinais wavelet resultantes da análise da corrente de partida. Como o escorregamento muda durante o transiente de partida, a frequência do componente de banda lateral também mudará [22]. (ver figura 2.10)

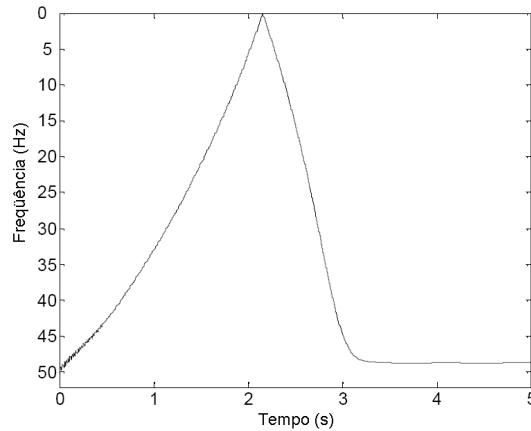


Figura 2.10 – Exemplo de variação da frequência durante o processo de partida [15].

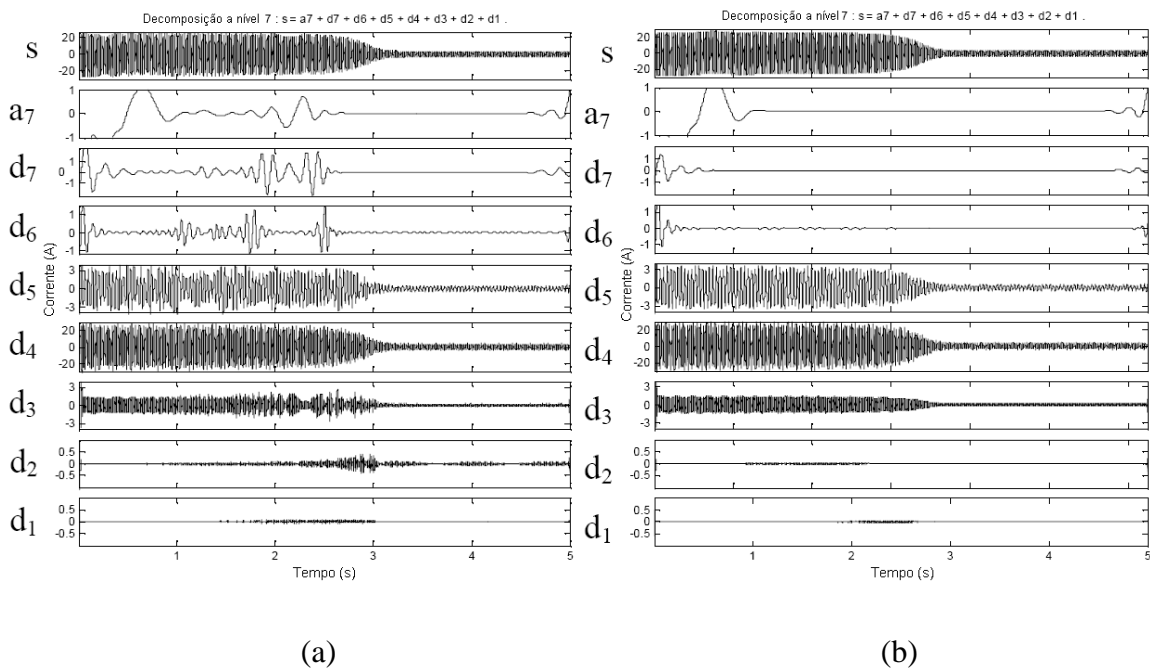


Figura 2.11 – TWD de uma corrente de partida simulada: (a) sem falhas e (b) com 1 barra falhada [15].

Trabalhos mais recentes como de Niu e Huang, utilizam a análise do torque eletromagnético de partida através do espectro de energia das wavelets [23]. A utilização do torque ao invés da corrente de partida se deve ao fato do torque eletromagnético ter uma capacidade mais elevada de mostrar as características de falha. As curvas apresentadas nas figuras 2.12 e 2.13 mostram as diferenças entre os sinais de torque eletromagnético considerando o rotor com e sem falhas.

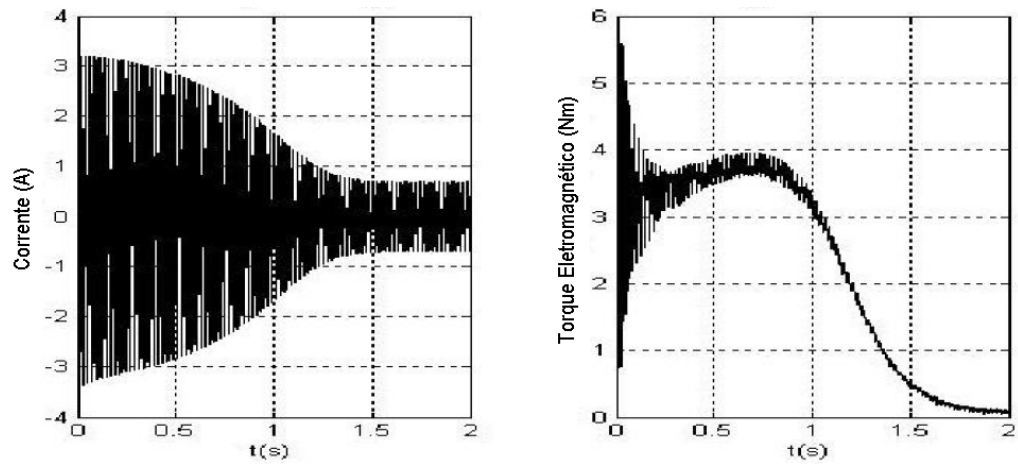


Figura 2.12 - Corrente e torque eletromagnético de partida considerando o rotor sem falhas [4].

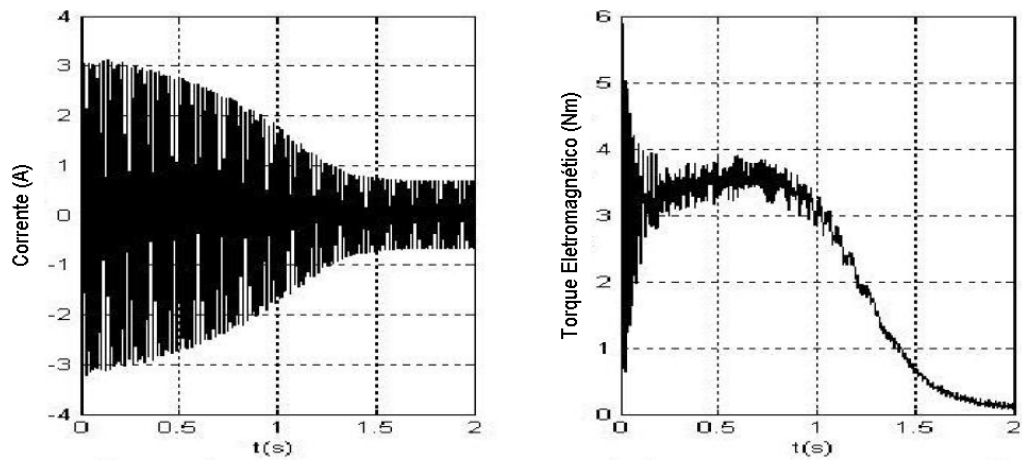


Figura 2.13 - Corrente e torque eletromagnético de partida considerando duas barras falhadas [4].

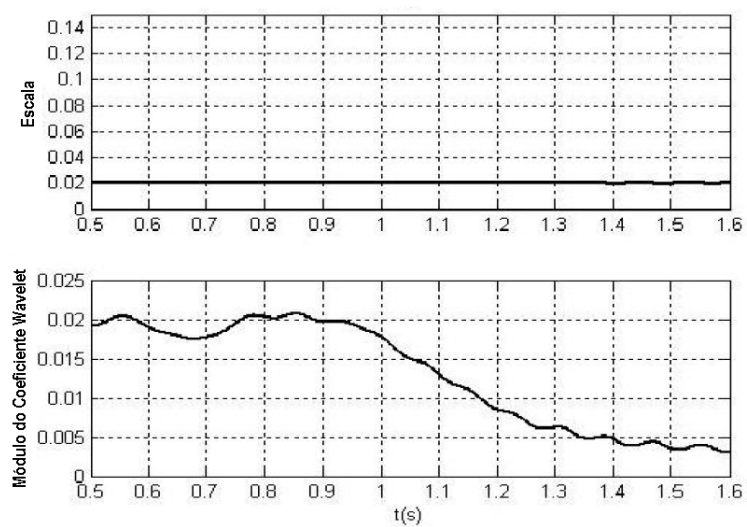


Figura 2.14 - Extração característica baseada no torque eletromagnético para o rotor sem falhas [23].

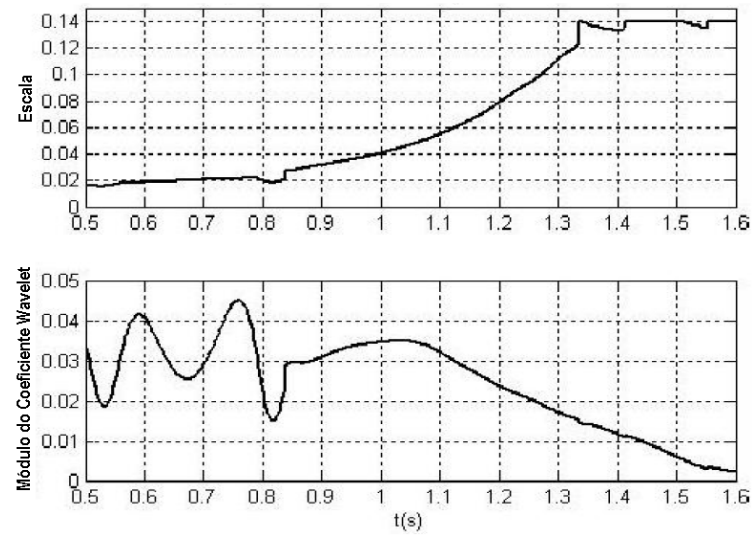


Figura 2.15 – Extração característica baseada no torque eletromagnético para duas barras falhadas [23].

3 WAVELETS

3.1 INTRODUÇÃO

As wavelets têm sido aplicadas em diversos ramos da ciência, devido à sua característica peculiar de detalhar pontos específicos de um sinal [24]-[25]. Nas aplicações em que uma maior precisão na análise em frequência é requerida, a tradicional transformada de Fourier não apresenta resultados satisfatórios por não possuir a capacidade de detalhar regiões de interesse do sinal.

Em se tratando dos métodos de detecção de falhas em rotores utilizando a corrente de partida do motor, as wavelets têm grande valia. Durante a partida do motor, a velocidade varia de zero até próximo à velocidade síncrona. Com isso, a falha não pode ser detectada numa frequência fixa, como nos métodos utilizando a corrente em regime. A falha irá variar dentro do espectro de frequência e pelos métodos tradicionais fica impossível visualizar qualquer falha no rotor. Desse modo, a transformada wavelet (TW) é uma ferramenta poderosa que pode ser utilizada com sucesso nestes casos.

Em trabalhos mais recentes, uma metodologia de extração da fundamental da corrente aliada à decomposição wavelet é utilizada para detectar falhas durante a partida do motor. Dessa forma, o sinal na frequência de alimentação é descartado e a análise é feita com o restante do sinal.

Um método de extração da fundamental de sinais não-estacionários é descrito no capítulo IV.

3.2 HISTÓRICO E TEORIA

Na história da matemática, a análise wavelet mostra origens muito diferentes. Muito dos trabalhos foram desenvolvidos nos anos 30, e naquela época, os esforços separados não apareceram para serem partes de uma teoria coerente.

Gradualmente, a atenção dos pesquisadores foi migrando da análise em frequência para a análise em “escala”, que é a abordagem da análise por wavelets, uma vez ficando claro que uma abordagem medindo flutuações médias em escalas diferentes levava a uma menor sensibilidade ao ruído.

A primeira menção das wavelets apareceu no anexo da tese de Alfred Haar (1909). O conceito de wavelets na sua forma teórica atual foi proposto pela primeira vez por Jean Morlet e pela equipe de pesquisadores de Alex Grossman, no Centro de Física Teórica de Marselha, na França.

No que diz respeito ao campo do processamento de sinais propriamente dito, as aplicações incluem: detecção de descontinuidades e pontos de quebra, análises específicas dos comportamentos de curto e longo prazo, identificação no domínio da frequência (ainda que não tão direta e facilmente como a teoria de Fourier, mas com a vantagem de poder acompanhar variações com o tempo), supressão de sinais, supressão de ruído e compactação. Em particular, estas duas últimas parecem ser as aplicações mais comuns da teoria de wavelets atualmente. Entretanto, é fácil constatar que, à medida que a teoria vem sendo difundida e compreendida, novas aplicações vêm surgindo nas mais diversas áreas.

Um dos grandes atrativos da teoria de wavelets é a capacidade de analisar sinais com espectro variante no tempo. Tradicionalmente, os sinais são estudados ou como função do tempo, ou como função da frequência. Entretanto, a maioria dos sinais encontrados na prática apresenta espectros variantes no tempo, como por exemplo, tons de música. Na natureza, poucos sinais possuem conteúdo no domínio da frequência que não mude ao longo do tempo. Em várias aplicações práticas, caracterizar o sinal simultaneamente nos domínios do tempo e da frequência é de grande utilidade, como no processamento de sinais de voz [24].

Embora para muitos sinais a análise de Fourier seja extremamente útil, ela apresenta uma séria limitação. A transformação espectral acarreta perda total da informação temporal do sinal, e vice-versa com a transformação inversa. Se as propriedades do sinal não se modificam substancialmente ao longo do tempo, a limitação não é muito relevante. Entretanto, a maioria dos sinais de interesse contém diversas características transitórias ou não estacionárias: desvios, tendências, mudanças bruscas e começos e terminos de eventos. Estas características são eventualmente as mais importantes do sinal, mas nesses casos, a análise de Fourier não é adequada para detectá-las.

Num esforço para sobrepor a limitação previamente citada em 1946, Dennis Gabor propôs uma adaptação à transformada de Fourier em que apenas uma pequena seção do sinal em um dado instante era analisada – uma técnica chamada de “janelamento” do sinal. A adaptação de Gabor, chamada Transformada de Fourier em Intervalos Curtos (Short-Time

Fourier Transform – STFT) mapeia um sinal em uma função bidimensional do tempo e da frequência. O “janelamento” temporal traz consigo uma incerteza associada à precisão da análise, o que não havia na transformada Fourier convencional. Essa imprecisão se manifesta em uma relação de compromisso entre a resolução no domínio da frequência e a capacidade de acompanhar as variações espectrais ao longo do tempo. Além disso, quanto menor a largura da janela, maior o esforço computacional necessário para realizar a análise espectral do sinal. Na STFT, a largura da janela temporal é fixa para um dado sinal analisado. Com isso, o grau de incerteza associado ao “janelamento” é o mesmo para todo o espectro no conjunto frequência-tempo.

A transformada wavelet ou análise wavelet é provavelmente a solução mais recente para superar os problemas da transformada de Fourier. Na análise wavelet, o uso de uma janela totalmente escalonável soluciona o problema de segmentação do sinal. A janela é deslocada ao longo do sinal e para cada posição o espectro é calculado. Então, este processo é repetido muitas vezes com uma janela um pouco mais curta (ou mais longa) para cada novo ciclo. No final, o resultado será uma coleção de representações de tempo-frequência do sinal, todas com diferentes resoluções. Por causa desta coleção de representações, podemos falar numa análise de múltiplas resoluções. Uma comparação entre a STFT e a transformada de wavelets pode ser vista na figura 3.1.

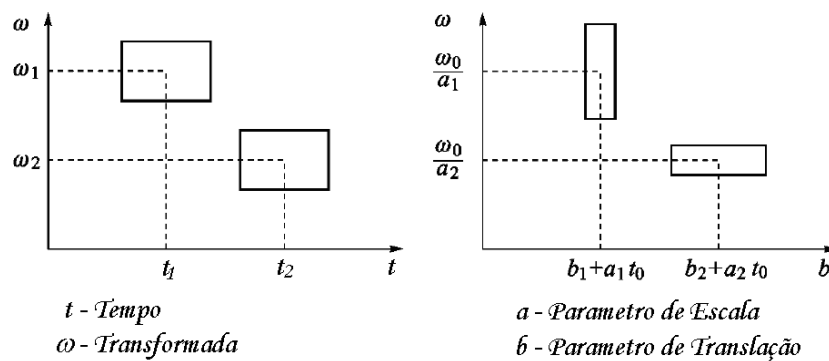


Figura 3.1 – Resolução da STFT (esquerda) e a transformada wavelet (direita).

Uma das estratégias de “janelamento” temporal mais utilizada na análise por wavelets é a que aplica as menores larguras ao conteúdo de alta frequência (intimamente associado às variações rápidas), e as maiores larguras ao conteúdo espectral baixo (variações lentas).

Os algoritmos de wavelets processam dados em diferentes escalas ou resoluções e, independentemente da função de interesse ser uma imagem, uma curva ou uma superfície, wavelets oferecem uma técnica elegante na representação dos níveis de detalhes presentes. Elas constituem uma ferramenta matemática para decompor funções hierarquicamente, permitindo que uma função seja descrita em termos de uma forma grosseira, mais outra forma que apresenta detalhes que vão desde os menos delicados aos mais finos. O objetivo na análise de wavelets é “ver a floresta e as árvores” [26].

A idéia por trás dessas representações no tempo-frequência é o corte (ou segmentação) do sinal de interesse em diversas partes e depois a análise das partes separadamente. É claro que analisar um sinal deste modo dará mais informação sobre o “quando” e “onde” dos diferentes componentes de frequência, mas leva a um problema fundamental: como cortar o sinal?

Segundo o Princípio da Incerteza de Heisenberg, em termos de processamento de sinais, é impossível saber a frequência exata e o tempo exato de um sinal. Em outras palavras, um sinal não pode ser simplesmente representado como um ponto no espaço tempo-frequência. O princípio da incerteza mostra que é muito importante o modo como o sinal é cortado.

Mas o que seria afinal uma wavelet? Uma wavelet é uma forma de onda de duração limitada e que possui um valor médio igual a zero. A comparação inicial inevitável é a de uma wavelet com uma senóide, que é a base da análise de Fourier. Senóides são ilimitadas no tempo – elas se estendem de $-\infty$ a $+\infty$. Mais ainda, enquanto senóides são suaves e previsíveis, wavelets tendem a ser irregulares e assimétricas.

A análise de Fourier consiste em decompor um sinal em ondas senoidais de várias frequências. De forma análoga, a análise por wavelets é a decomposição de um sinal em versões “deslocadas” e “escaloadas” da wavelet original (ou “wavelet mãe”). Ao observar ilustrações de wavelets e ondas senoidais, deduz-se intuitivamente que sinais com mudanças abruptas são potencialmente mais bem analisados com uma típica e irregular wavelet do que com uma senóide suave. É essa característica das wavelets que viabiliza aplicações como a compactação do sinal, a focalização da análise para uma região específica de interesse do espectro variante no tempo, ou ainda a localização das áreas de maior concentração de energia, entre outras.

O tratamento analítico para a análise por wavelets inclui a transformada contínua de wavelet, assim como a discreta, além de suas respectivas transformadas inversas. A transformada contínua traz consigo uma grande redundância de informações sobre o sinal analisado, o que a torna computacionalmente desinteressante. Via de regra, a transformada discreta é utilizada, seja em sua versão mais simples na chamada “análise de múltipla resolução”, seja na versão que permite um detalhamento personalizado do espectro, que é a “análise por pacotes”.

3.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Toda a formulação matemática das wavelets será abordada no Apêndice A.

4 MÉTODO DE EXTRAÇÃO DE SENÓIDES NÃO-ESTACIONÁRIAS

4.1 INTRODUÇÃO

Um dos métodos mais recentes de detecção de falhas em rotores utiliza a extração da fundamental de corrente. Aliado à decomposição wavelet, torna-se um interessante método de detecção, principalmente pelo fato do algoritmo ser extremamente simples.

O fato da análise se concentrar no sinal cuja fundamental foi extraída é de certo modo mais fácil, pois se pode avaliar o espectro de frequência ao longo do tempo e identificar em quais faixas de frequência as falhas se acentuam.

Toda a descrição do método foi extraída do trabalho desenvolvido em [22].

4.2 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

Seja $u(t)$ a representação de um sinal de tensão ou corrente. Esta função é usualmente contínua e quase periódica. Um componente senoidal desta função, $y(t) = A \sin f(t)$, é de interesse quando A é a amplitude e $f(t)$ representa a fase total deste componente. Quando a frequência é fixa, o termo $f(t)$ pode ser expresso como $\omega t + d$, em que ω é a frequência angular e d é a fase constante. Idealmente, os parâmetros A , ω e d são quantidades fixas; mas na prática, isso não é verdadeiro. Numa situação típica, $u(t)$ tem uma forma geral de

$$u(t) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \sin f_i + n(t) \quad (4.1)$$

em que $n(t)$ denota o distúrbio/ruído superposto. Na prática, todos os parâmetros das senóides constituintes podem sofrer variações no tempo.

No algoritmo proposto, o objetivo é extrair uma componente senoidal *mais ou menos* específica de $u(t)$. Um componente desejado pode ser definido como $y(t) = A \sin f(t)$ incorporando todas as variações de fase no termo $f(t)$. Para incorporar explicitamente o conceito de frequência instantânea na fase total, podemos definir a saída como

$$y(t) = A(t) \sin \left(\int^t w(t) dt + d(t) \right)$$

Seja C um distribuidor contendo todos os sinais senoidais, definido como:

$$C = \left\{ A(t) \sin \left(\int^t w(t) dt + d(t) \right) \mid A(t) \in [A_{\min}, A_{\max}], w(t) \in [w_{\min}, w_{\max}], d(t) \in [d_{\min}, d_{\max}] \right\}$$

em que $y(t) = [A(t), w(t), d(t)]^T$ é o vetor de parâmetros que pertencem ao parâmetro de espaço

$$\Psi = \{ [A, w, d]^T \mid A \in [A_{\min}, A_{\max}], w \in [w_{\min}, w_{\max}], d \in [d_{\min}, d_{\max}] \}$$

e o sobrescrito T denota a transposição matricial. A saída é definida como o componente senoidal desejado denominado

$$y(t, y(t)) = A(t) \sin \left(\int^t w(t) dt + d(t) \right)$$

Para extrair um determinado componente senoidal de $u(t)$, a solução tem que ser uma projeção ortogonal de $u(t)$ no distribuidor C , ou equivalentemente precisa ser um ótimo y que minimiza uma função distância d entre $y(t, y(t))$ e $u(t)$, isto é,

$$y_{opt} = \arg \min_{y(t) \in \Psi} d[y(t, y(t)), u(t)]$$

A função distância instantânea d é usada:

$$d^2(t, y(t)) = [u(t) - y(t, y(t))]^2 \triangleq e^2(t)$$

Daqui, a função custo é definida como $J(y(t), t) \triangleq d^2(t, y(t))$. O vetor parâmetro y é estimado usando o método de descida do gradiente:

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\eta \frac{\partial [J(t, y(t))]}{\partial y(t)} \quad (4.2)$$

em que \mathbf{m} é uma matriz diagonal. Os valores de entrada dessa matriz controlam a taxa de convergência assim como a estabilidade do algoritmo. O método de descida do gradiente garante fornecer a solução desejada se a função custo é globalmente quadrática. Caso contrário, isto é, se a forma da função custo não é quadrática – como é o caso aqui – ou não claramente descrita, uma prova matemática deveria ser dada para garantir a convergência das soluções do método de descida do gradiente para o ponto mínimo da função custo. A formulação do algoritmo, conseqüentemente, requer provas matemáticas diretas de convergência e estabilidade.

Daqui para frente, o valor estimado do vetor parâmetro $\mathbf{y}(t)$ é denotado por

$$\mathbf{y}(t) = [\hat{A}(t), \hat{w}(t), \hat{d}(t)]^T$$

Conseqüentemente, $\hat{A}(t)$, $\hat{w}(t)$ e $\hat{d}(t)$ representam os valores estimados de amplitude, frequência e fase constante, respectivamente. A matriz diagonal \mathbf{m} é definida como

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Considerando a equação 4.2, temos

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{A}(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{w}(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{d}(t)}{dt} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \hat{A}(t)} \left[u(t) - \hat{A}(t) \sin \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right) \right]^2 \\ \frac{\partial}{\partial \hat{w}(t)} \left[u(t) - \hat{A}(t) \sin \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right) \right]^2 \\ \frac{\partial}{\partial \hat{d}(t)} \left[u(t) - \hat{A}(t) \sin \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right) \right]^2 \end{bmatrix}$$

Assim,

$$\frac{d\hat{A}(t)}{dt} = 2m_1 e(t) \sin \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right), \quad (4.3)$$

$$\frac{d\hat{w}(t)}{dt} = 2m_2 e(t) \hat{A}(t) \cos \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right), \quad (4.4)$$

$$\frac{d\hat{d}(t)}{dt} = 2m_3 e(t) \hat{A}(t) \cos \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right), \quad (4.5)$$

Onde $e(t)$ é definido como

$$e(t) = u(t) - \hat{A}(t) \sin \left(\int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t) \right),$$

Desde que $\hat{f}(t) = \int^t \hat{w}(t) dt(t) + \hat{d}(t)$, pode-se escrever a seguinte equação aumentada:

$$\frac{d\hat{f}(t)}{dt} = \hat{w}(t) + \frac{d\hat{d}(t)}{dt}, \quad (4.6)$$

Um fator de tempo variável t aparece no lado direito de (4.4) uma vez que a derivada parcial de $\int^t w dt$ com respeito à w é igual a t . Em outras palavras, obtém-se uma gama de equações variáveis no tempo nas quais a variável tempo t está explicitamente presente. Tal sistema variante no tempo tem sido observado a ser instável e praticamente sem valor. Isso, claro, vem sem grandes surpresas dado que a formulação da função custo não convexa do algoritmo não contempla as garantias de desempenho fornecidas pela teoria de descida do gradiente. Novamente, dado que a formulação é heurística e não conforme com o método de descida do gradiente, provas matemáticas diretas (isto é, independente da formulação matemática) são necessárias. O método heurístico empregado para executar o sistema variante no tempo consiste em substituir t pelo número constante m_4 . Este processo converte o sistema variante no tempo para um sistema invariante no tempo que se desenvolve muito bem na prática.

As equações diferenciais resultantes podem ser escritas como

$$\frac{d\hat{A}(t)}{dt} = 2m_1 e(t) \sin \hat{f}(t), \quad (4.7)$$

$$\frac{d\hat{W}(t)}{dt} = 2m_2 e(t) \hat{A}(t) \cos \hat{f}(t), \quad (4.8)$$

$$\frac{d\hat{f}(t)}{dt} = \hat{W}(t) + m_3 \frac{d\hat{W}(t)}{dt}, \quad (4.9)$$

Onde o erro $e(t)$ é

$$e(t) = u(t) - \hat{A}(t) \sin \hat{f}(t), \quad (4.10)$$

E os parâmetros m_1 , m_2 e m_3 são constantes dados por

$$m_1 = m_1 \quad m_2 = m_2 m_4 \quad m_3 = \frac{m_3}{m_2 m_4}$$

As equações (4.7)-(4.10) apresentam as equações diferenciais que governam o algoritmo proposto. O desenvolvimento dessas equações, apesar de inspirado pelos conceitos de minimização de erros por mínimos quadrados e descida mais íngreme, não obedece às condições nas quais esses conceitos podem ser legitimamente empregados. Isto implica que as propriedades matemáticas do algoritmo proposto tais como estabilidade, convergência e solução única, e sua utilidade em engenharia devem ser provadas.

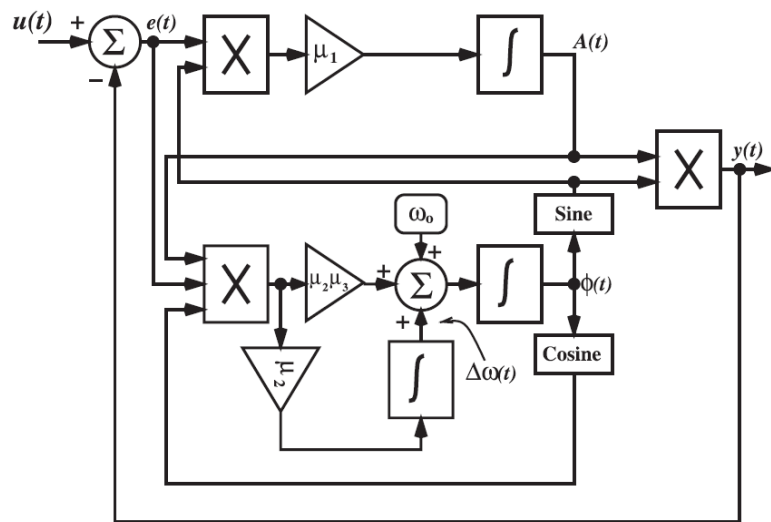


Figura 4.1 - Diagrama em blocos do algoritmo de extração da fundamental [37].

Na seção seguinte, é mostrado que o sistema dinâmico representado pelas equações diferenciais possui uma única órbita periódica estável assintoticamente que se encontra numa vizinhança da órbita associada com o componente desejado da função $u(t)$. Em termos de desempenho de engenharia do sistema, isto indica que a saída do sistema $y(t) = \hat{A}(t)\sin \hat{f}(t)$ aproxima-se de um componente senoidal do sinal de entrada $u(t)$. Em outras palavras, o sistema é um filtro *notch* que extrai o componente senoidal do sinal de entrada. Além disso, as variações lentas dos parâmetros em $u(t)$ são toleradas pelo sistema, isto é, o filtro é adaptativo e a saída segue as variações no sinal de entrada.

A figura (4.1) mostra uma representação em diagrama de blocos do algoritmo. Nesta figura, o valor da condição inicial da operação de integração requerido para computação da frequência é representado explicitamente por w_0 . A atribuição do valor de w_0 fornece meios de especificar aproximadamente o componente senoidal de interesse, ou seja, o componente que o algoritmo deve extrair. Em outras palavras, o algoritmo encontra aquele componente senoidal do sinal de entrada que está mais próximo em frequência à w_0 , a condição inicial atribuída à frequência. Nos casos onde *a priori* não existe conhecimento da frequência do componente senoidal de interesse, w_0 pode ser ajustado em zero para inicializar o sistema a partir de frequência zero. Com esta provisão, o sistema encontra e trava num componente senoidal do sinal de entrada que possui a menor frequência, este componente sendo de uma frequência próxima de $w_0 = 0$.

4.3 PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DO ALGORITMO

A expressão para a função erro (4.10) pode ser utilizada em (4.7)-(4.9) para resultar numa forma mais explícita. A presença de termos senoidais e cossenoidais nas expressões sugere uma mudança das equações para o sistema de coordenadas esféricas. Se a forma explícita das equações diferenciais governantes do algoritmo for dada em coordenadas esféricas (substituindo \hat{A} , \hat{w} e \hat{f} por r , q e f), as equações diferenciais tornam-se:

$$\frac{dr}{dt} = -2m_1 r \sin^2 f + 2m_1 \sin f u(t) \quad (4.11)$$

$$\frac{dq}{dt} = -m_2 r^2 \sin(2f) + 2m_2 r \cos f u(t), \quad (4.12)$$

$$\frac{df}{dt} = q + m_3 \frac{dq}{dt}, \quad (4.13)$$

Seja $u(t) = u_0(t) + g(t)$ em que $u_0(t) = A_0 \sin f_0(t)$ e $f_0(t) = w_0 t + d_0$. Em outras palavras, assume-se que o sinal de entrada tem um componente senoidal na frequência $w_0 = 2\pi f_0$ e alguns outros componentes sobrepostos. Reescrevem-se as equações (4.11)-(4.13) como

$$\frac{dr}{dt} = -2m_1 r \sin^2 f + 2m_1 A_0 \sin(w_0 t + d_0) \sin f + 2m_1 \sin f g(t) \quad (4.14)$$

$$\frac{dq}{dt} = -m_2 r^2 \sin(2f) + 2m_2 A_0 \sin(w_0 t + d_0) r \cos f + 2m_2 r g(t), \quad (4.15)$$

$$\frac{df}{dt} = q + m_3 \frac{dq}{dt}, \quad (4.16)$$

O seguinte teorema trata da existência, da unicidade e da estabilidade de uma órbita periódica para este sistema dinâmico. A prova é baseada no teorema do mapa de Poincaré. De acordo com o teorema, o comportamento do sistema dinâmico perto de sua órbita periódica poderia ser investigado usando um mapa discreto. Os pontos fixos deste mapa correspondem às órbitas periódicas das dinâmicas principais e seus tipos de estabilidade são equivalentes.

Teorema 1: *Seja $u(t) = A_0 \sin(w_0 t + d_0) + g(t)$ onde A_0 , w_0 e d_0 são constantes reais e $g(t)$ é uma função contínua periódica limitada T_0 arbitrária que não possui componente de frequência em w_0 . Para uma escolha apropriada dos parâmetros $\{m_i, i = 1, 2, 3\}$, as dinâmicas escritas pelas equações (4.14)-(4.16) têm uma única órbita periódica $g(t)$ nos espaços $(r, 0, f)$ numa vizinhança de $u_0(t) = A_0 \sin(w_0 t + d_0)$. Esta vizinhança é determinada pela função $g(t)$ e os parâmetros $m_1 - m_3$. Além disso, esta órbita periódica é assintoticamente estável. A órbita periódica coincide com $u_0(t)$ quando $g(t)$ é zero.*

Em termos de desempenho do sistema, quando o sinal de entrada é uma senóide pura, o algoritmo extrai tal sinal senoidal e fornece-o como saída do sistema. Quando o sinal de

entrada é uma senóide poluída por uma totalidade de componentes indesejados, o sinal de saída aproxima-se de um componente senoidal simples na qual a convergência é desejada.

4.4 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

O algoritmo de processamento de sinais descrito pelo sistema dinâmico (4.7)-(4.9) tem uma estrutura muito simples. Pode ser facilmente implementado em qualquer linguagem de programação científica ou ambiente de projeto esquemático. Se uma aproximação de primeira ordem para derivações é assumida, a forma discretizada das equações pode ser escrita como:

$$A[n+1] = A[n] + 2T_s m_1 e[n] \sin f[n], \quad (4.17)$$

$$w[n+1] = w[n] + 2T_s m_2 e[n] A[n] \cos f[n], \quad (4.18)$$

$$f[n+1] = f[n] + T_s w[n] + 2T_s m_2 m_3 e[n] A[n] \cos f[n], \quad (4.19)$$

$$y[n] = A[n] \sin f[n], \quad (4.20)$$

$$e[n] = u[n] - y[n] \quad (4.21)$$

em que T_s é o tempo de amostragem e n é índice do passo de tempo.

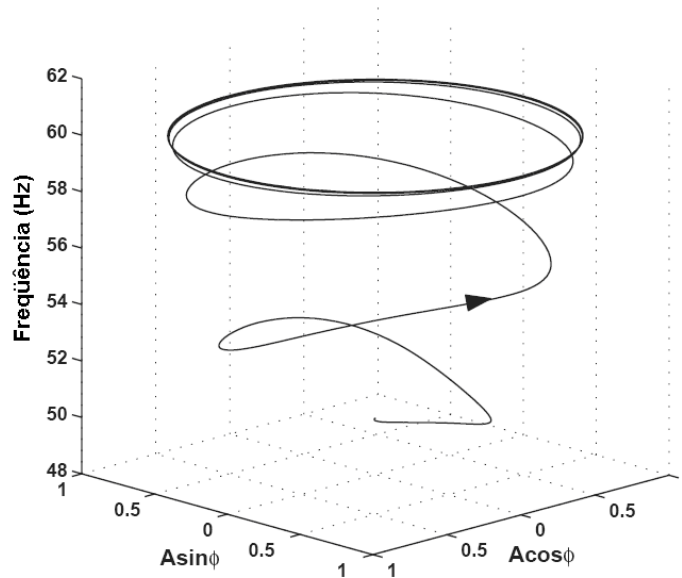


Figura 4.2 – Convergência da órbita periódica ($A = 1$, $w = 120\pi t$, $f = 120\pi t + d_0$) [37].

Um dos tópicos a ser considerado no desenvolvimento de aplicações utilizando o algoritmo proposto é o ajuste dos valores dos parâmetros m_1 , m_2 e m_3 , os quais determinam a velocidade de convergência versus o erro.

Seja uma senóide pura com amplitude unitária, frequência $f = 60\text{Hz}$ e fase constante. O teorema 1 prediz a existência de uma órbita periódica para este caso. As condições iniciais são escolhidas como $A_0 = 0$, $f_0 = 60\text{ Hz}$ e $\phi_0 = 0$. A figura 4.2 mostra o desempenho do algoritmo na convergência da órbita periódica ($A=1$, $w=120\pi\text{ rad/s}$, $f=120\pi t+d_0$). A órbita periódica, conseqüentemente, é descrita por um círculo que está ajustado fora do plano horizontal para uma distância vertical igual ao valor da frequência. É claro que o algoritmo converge para a órbita associada com a senóide de entrada em poucos ciclos. O sinal extraído, suas amplitudes e suas frequências são mostradas na figura (4.3). Os valores dos parâmetros escolhidos foram $m_1 = 100$, $m_2 = 10.000$, $m_3 = 0,02$. A escolha dos parâmetros considerou o tempo de convergência e a precisão do sinal extraído.

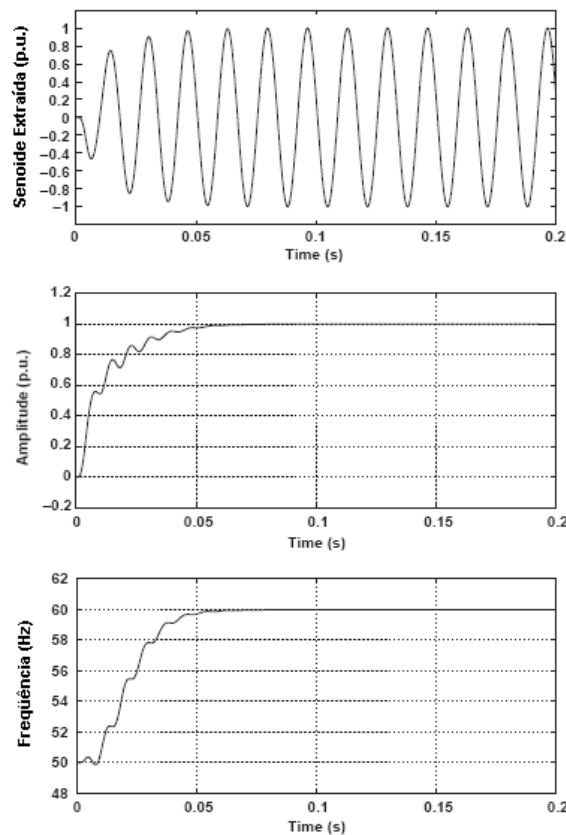


Figura 4.3 – Desempenho do algoritmo na extração do sinal senoidal [37].

O tempo de convergência é uma função dos ajustes dos parâmetros do algoritmo. Em geral, quanto mais rápida a convergência, mais erros em regime permanente são introduzidos no processo de estimação. Assim, existe um compromisso inerente entre a velocidade de convergência e o erro em regime permanente. Isso limita o desempenho preciso do algoritmo quando utilizado para a análise de sinais de curta duração. Contudo que a frequência do sinal é próxima ao seu valor nominal w_0 , o compromisso entre a velocidade e o erro em regime permanente não introduz uma limitação significativa. Como a frequência do sinal desvia do seu valor nominal (isto é, resolução em alta frequência é desejada), o algoritmo introduz mais compromissos significantes entre a velocidade e o erro em regime permanente.

A figura (4.4) mostra o desempenho do algoritmo no caso da fase constante ser ajustada para $p/2$. O algoritmo não tem sensibilidade para as condições iniciais. A figura (4.5) mostra a convergência do algoritmo para a mesma órbita periódica, considerando $f_0 = 70$ Hz.

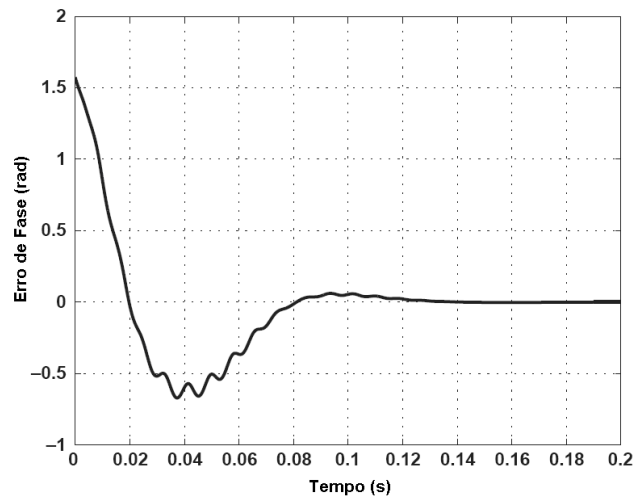


Figura 4.4 – Desempenho do algoritmo considerando fase constante [37].

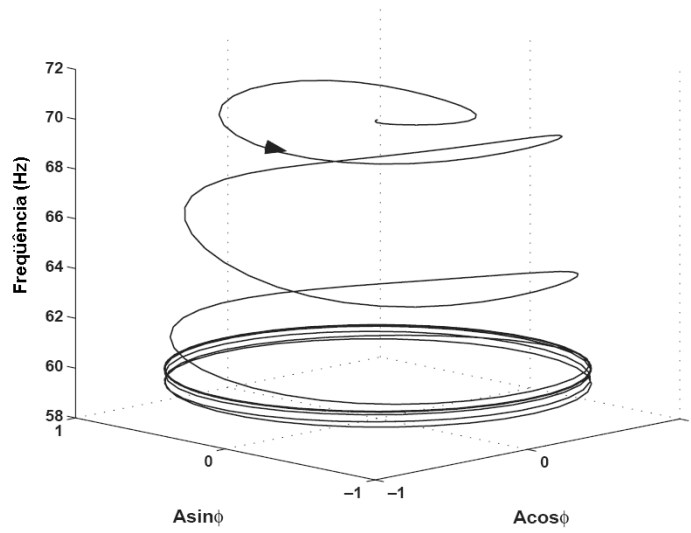


Figura 4.5 – Convergência da órbita periódica considerando uma condição inicial diferente [37].

O algoritmo é consideravelmente robusto levando em conta sua estrutura interna. Experimentos numéricos demonstraram que o desempenho do algoritmo quase não se altera quando as variações dos parâmetros μ são tão grandes quanto 50%. Da mesma forma, o algoritmo mostrou-se robusto com relação às suas condições externas.

5 MÉTODOLOGIA DE TRABALHO

5.1 OBJETIVOS DO MÉTODO

Geralmente a detecção de falhas nos rotores utilizando métodos não-invasivos é realizada em campo ou em oficinas e laboratórios especializados, pois os equipamentos utilizados são muito específicos e dificilmente os consumidores finais de motores elétricos possuem tais equipamentos. Além disso, os testes realizados no rotor de maneira invasiva não abrangem toda a gama de motores, uma vez que, dependendo do tamanho dos rotores, torna-se inviável essa avaliação.

O método proposto pretende avaliar a saúde do rotor através da corrente de partida do motor obtida na própria linha de produção. Com isso, tem-se a possibilidade de avaliação em 100% dos motores fabricados, minimizando o índice de defeito em campo e maximizando a garantia de um motor saudável.

A figura 5.1 mostra o fluxograma do algoritmo utilizado neste trabalho, em que cada etapa será detalhada a seguir. As etapas são: Aquisição de Dados, Extração da Fundamental, Decomposição Wavelet e Detecção de Falhas.

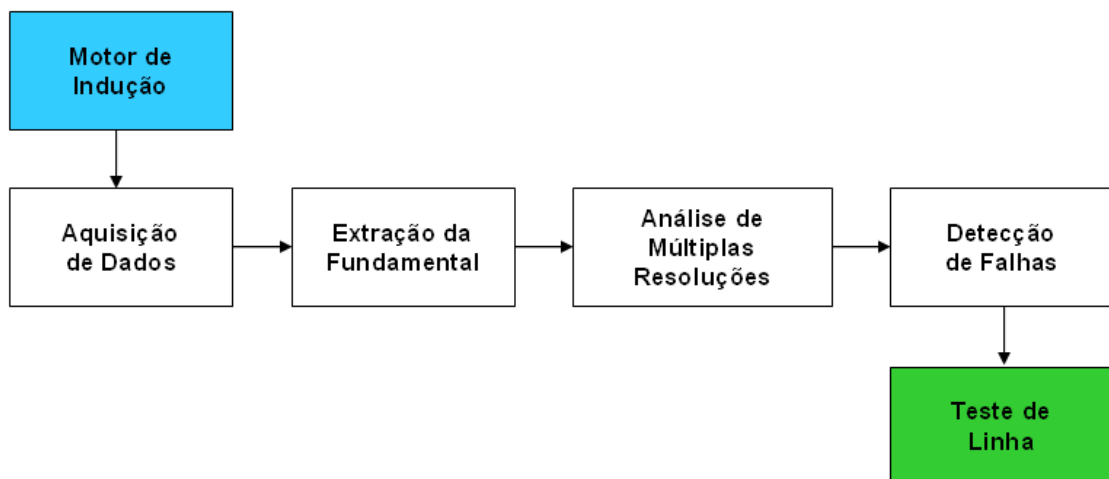


Figura 5.1 – Fluxograma da metodologia de trabalho.

5.2 AQUISIÇÃO DE DADOS

Para avaliação do método, foram utilizados 3 motores com polaridades diferentes de modo que o tempo de partida pudesse variar e a qualidade dos resultados fosse avaliada. Todos os motores foram alimentados em 220 V para a obtenção da maior corrente de partida.

Os motores utilizados no trabalho estão descritos na tabela abaixo:

Tabela 5.1 - Dados dos motores elétricos utilizados no ensaio.

Pot [cv]	Polaridade	Carcaça	Tensão [V]	Corrente [A]
7,5	II	112M	220/380	19,1/11,1
3	IV	90L	220/380	8,68/5,03
4	VI	112M	220/380	12,6/7,29

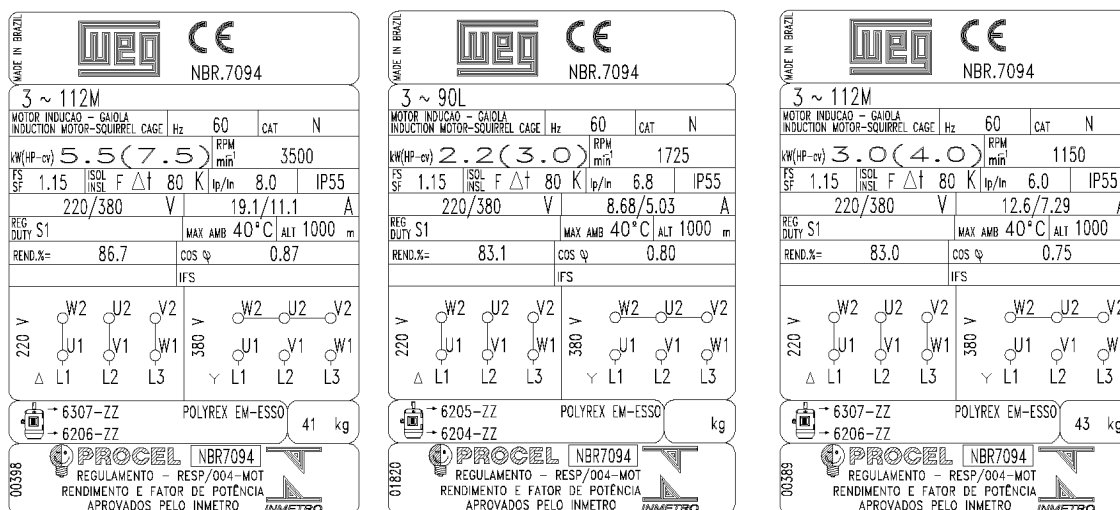


Figura 5.2 – Placa de identificação dos motores ensaiados (WEG Equipamentos Elétricos)

Para a simulação de falhas, as barras foram interrompidas em 2 pontos com a utilização de uma furadeira vertical. Tomou-se o cuidado de interromper por completo as barras para evitar qualquer fluxo de corrente pela barra e prejudicar os resultados. A figura 5.3 mostra os furos realizados no rotor.

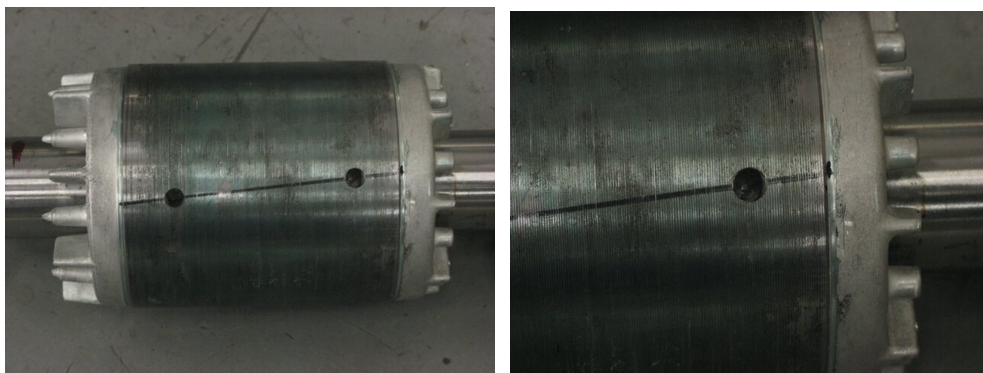


Figura 5.3 – Furos na barra do rotor para simulação da falha.

No total foram interrompidas 4 barras em cada rotor de modo a avaliar a precisão do método. Para cada barra danificada foram realizadas duas aquisições de corrente de partida. As falhas em cada rotor estão dispostas conforme a figura 5.4.

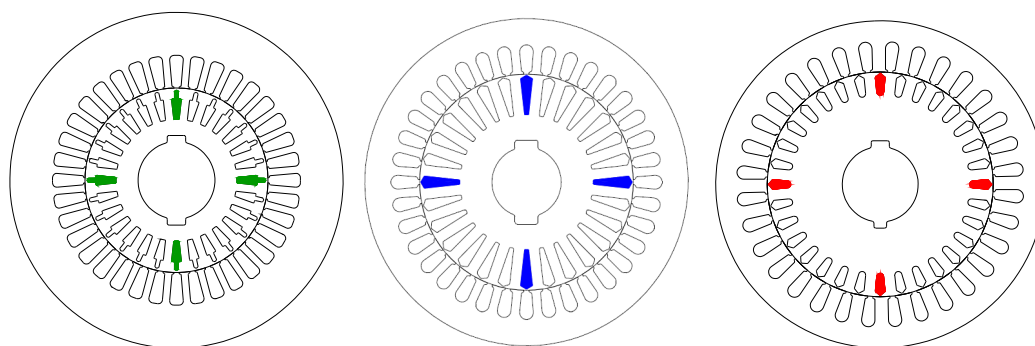


Figura 5.4 – Disposição das falhas nos rotores de II, IV e VI pólos respectivamente.

Uma taxa de amostragem de 25 kHz foi utilizada para aquisição dos sinais de corrente de partida e um programa de aquisição de dados foi desenvolvido em Visual Basic para esse trabalho. A figura 5.5 mostra os sinais de corrente de partida do motor de 7,5 cv/I_p considerando o rotor sem barras falhadas.

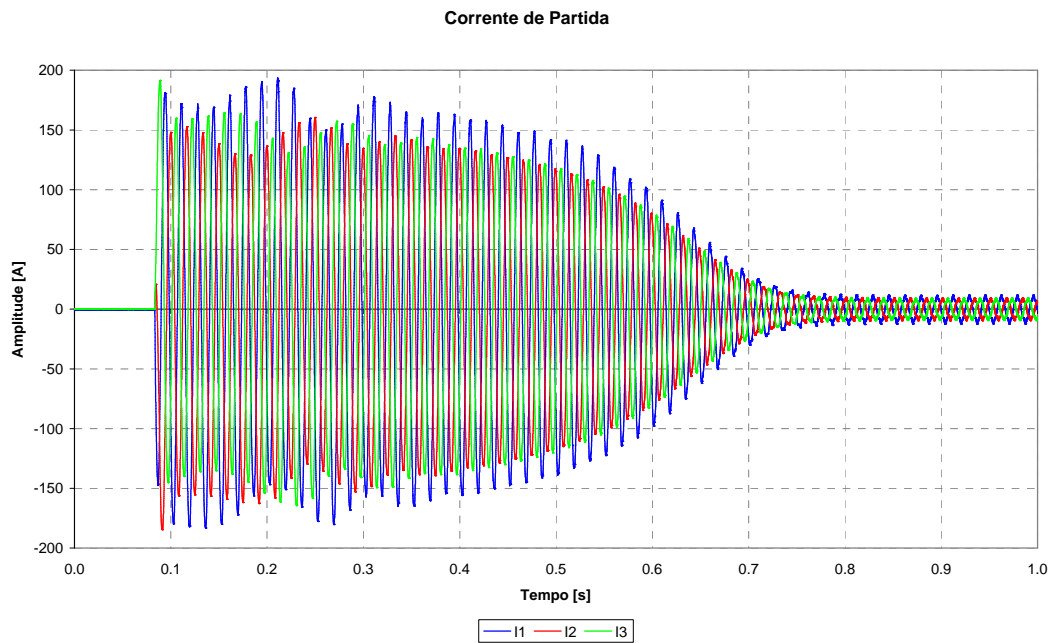


Figura 5.5 – Corrente durante a partida do motor de 7,5cv.

5.3 EXTRAÇÃO DA FUNDAMENTAL

A idéia de extrair a fundamental do sinal de corrente de partida permite trabalhar somente com o sinal com frequências diferentes da frequência de alimentação do motor. O método descrito no capítulo IV possui uma facilidade bem grande em termos de implementação usando qualquer linguagem de programação. A grande dificuldade se encontra em ajustar os coeficientes μ_1 , μ_2 e μ_3 de modo a obter o melhor resultado possível.

As figuras 5.6 e 5.7 mostram o comportamento do sinal extraído considerando a variação dos coeficientes μ_1 e μ_2 .

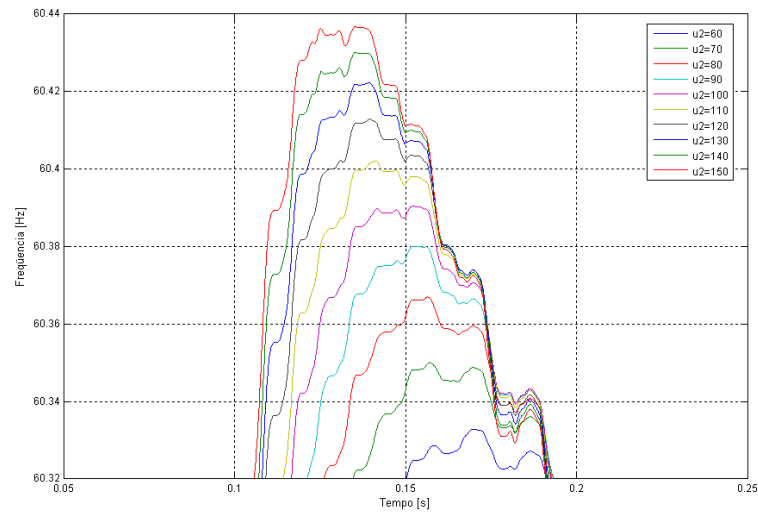


Figura 5.6 - Sinais de frequência variando-se somente o parâmetro μ_2 .

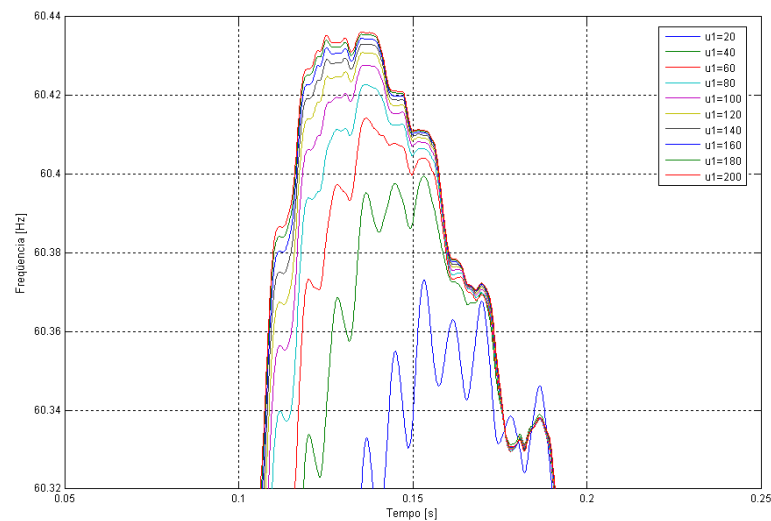


Figura 5.7 - Sinais de frequência variando-se somente o parâmetro μ_1 .

Os resultados mostram que a amplitude do sinal extraído tem influência direta do parâmetro μ_2 . Por outro lado, a variação do parâmetro μ_1 altera não somente a amplitude como também o sinal como um todo. Isso significa que uma variação muito brusca no parâmetro μ_1 pode ocasionar uma grande variação no sinal extraído. É como se o parâmetro μ_1 estivesse relacionado ao filtro da fundamental.

5.4 DECOMPOSIÇÃO WAVELET

Esta é uma das partes mais importantes do método utilizado, pois a detecção de falha fica visível após a decomposição por transformada wavelet. Nesta parte, o sinal que restou após a extração da fundamental é filtrado em escalas utilizando-se uma determinada wavelet. No trabalho foram testadas as wavelets da família *Daubechies*, sendo escolhido a db8 para a análise dos resultados.



Figura 5.8 – Wavelet Daubechies 8.

A figura 5.8 mostra a decomposição para uma determinada escala utilizando diferentes wavelets. Observa-se claramente que as falhas são detectadas devido à presença de distúrbios no sinal filtrado, porém elas se deslocam conforme se altera a wavelet.

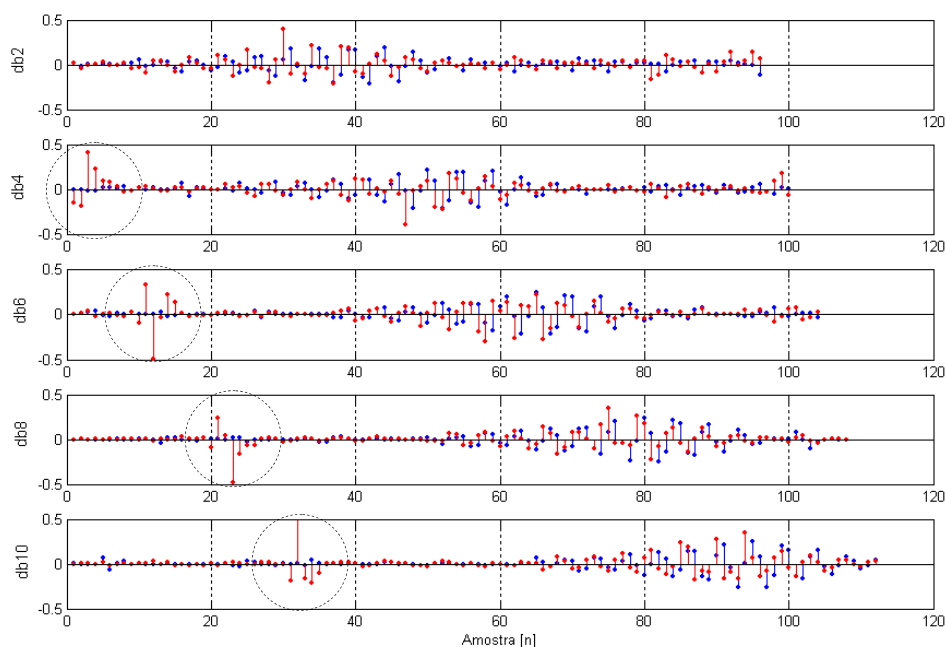


Figura 5.9 – Sinais escalonados para diferentes wavelets.

Além da escolha adequada da wavelet, o processo de detecção depende também da escala a ser analisada, ou seja, dependendo da faixa de frequência utilizada, as falhas não podem ser visualizadas. A figura 5.9 mostra a decomposição usando a wavelet db8 para diferentes escalas.

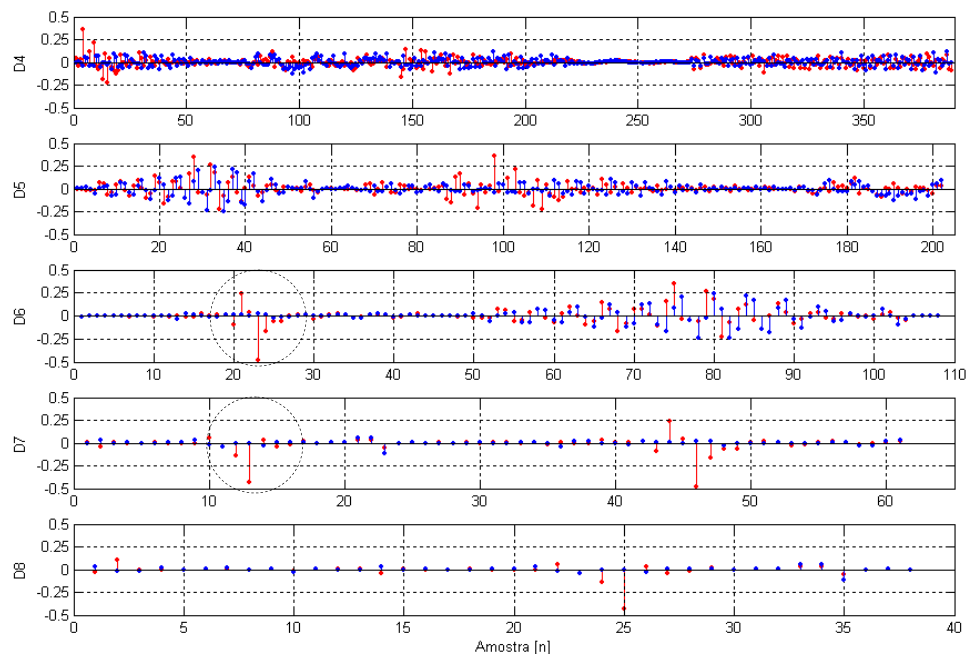


Figura 5.10 – Decomposição em diversas escalas para o mesmo sinal.

5.5 INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA

Abaixo estão descritos todos os equipamentos utilizados para a realização dos ensaios:

- Dinamômetro CC de 10kW;
- Analizador de potência LEM – modelo NORMA D5255;
- Sensores de Efeito Hall LEM – modelo LS-200;
- Placa de Aquisição de Dados National Instruments – modelo PCI-6024E;
- Condicionador de Sinais National Instruments – modelo BNC-2220;
- Furadeira Vertical;
- Linguagem de Programação Visual Basic;
- Matlab.

5.6 CONCLUSÃO

Utilizando a metodologia apresentada no trabalho, as falhas mostraram-se visíveis no espectro de frequência e os distúrbios provocados por essas falhas se tornavam mais intensos à medida que o número de falhas aumentava.

Porém, percebeu-se que as falhas não se localizam sempre na mesma escala wavelet, o que dificultava uma análise não-visual. Pode-se verificar isso nos resultados apresentados a seguir.

6 RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos utilizando o método descrito no capítulo anterior.

Foram usadas as correntes provenientes da fase *R* do motor em todas as análises de modo que as diferenças entre fases não fossem consideradas.

Diversas configurações envolvendo os tipos de wavelets, as escalas da decomposição e os parâmetros do sistema de extração da fundamental foram analisadas com o intuito de encontrar o melhor ajuste possível.

Na tabela 6.1 são mostrados os valores dos parâmetros m_1 , m_2 e m_3 utilizados para cada motor.

Tabela 6.1 – Parâmetros do Sistema de Extração da Fundamental

	m_1	m_2	m_3
2 pólos	175	16500	0,001
4 Pólos	100	10000	0,02
6 Pólos	175	16500	0,001

A idéia inicial era considerar os mesmos parâmetros para todos os motores. Através das análises ficou constatado que o tempo de resposta do sistema varia de acordo com a aceleração da máquina. Foi considerado como tempo de resposta um valor entre 30% a 50% do tempo de aceleração da máquina, pois acima disso os resultados não se mostraram satisfatórios. Além disso, conforme os tempos de resposta se tornavam mais baixos, o sistema perdia em precisão, ocasionando resultados inexpressivos.

Na decomposição por wavelets, diversas escalas foram analisadas de modo que as falhas fossem ressaltadas ao máximo. Para a compilação dos resultados foi utilizado a wavelet db8, da família *Daubechies*. Os melhores resultados foram obtidos entre as escalas D5 e D7, pois a visualização das falhas mostrou-se mais evidente.

De modo que a falha pudesse ser quantificada, calculamos a energia do sinal escalonado (no trecho onde as falhas eram aparentes) através da equação:

$$energia = \sum_{i=1}^N x^2[n]$$

em que N é o total de pontos do sinal.

6.2 SINAIS E RESULTADOS

São apresentados a seguir os resultados obtidos para cada motor ensaiado em termos de extração da fundamental e da detecção de falhas via transformada wavelets.

6.2.1 Motor: 7,5cv – 2 pólos – 220V – 112M

A figura abaixo apresenta a corrente de partida trifásica após a extração da fundamental para todas as condições de falhas.

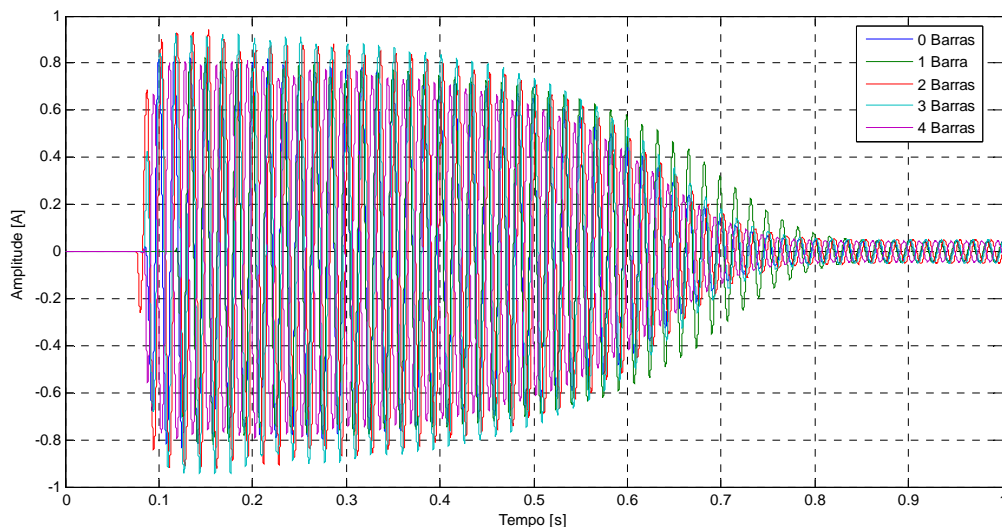


Figura 6.1 – Fundamental extraída para o motor de 2 pólos.

A análise da amplitude (Figura 6.2) e da frequência (Figura 6.3) dos sinais extraídos serve como complemento para verificar se os parâmetros do sistema foram ajustados de modo que a convergência fosse visível. A frequência, em particular, serve para verificar o tempo de resposta do sistema.

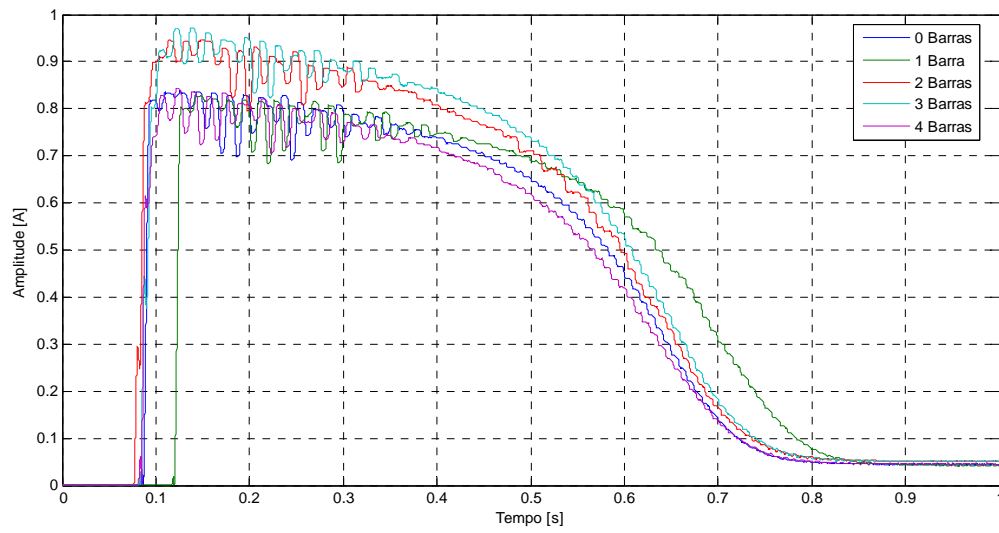


Figura 6.2 – Amplitude dos sinais extraídos para o motor de 2 pólos.

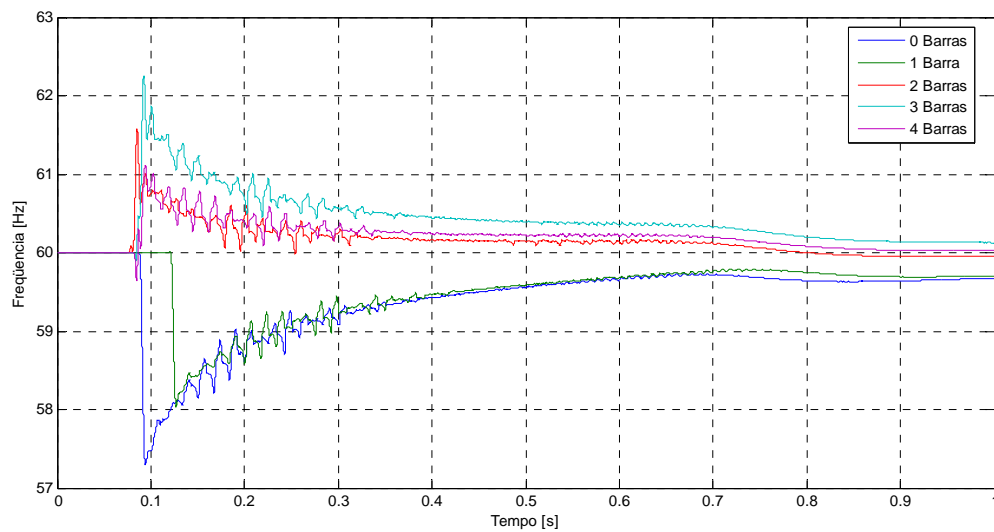


Figura 6.3 – Sinais de frequência extraídas para o motor de 2 pólos.

Os sinais de erro foram analisados desconsiderando o período de convergência do sistema, pois poderia interferir nos resultados finais. A figura 6.5 mostra o sinal utilizado na detecção de falhas.

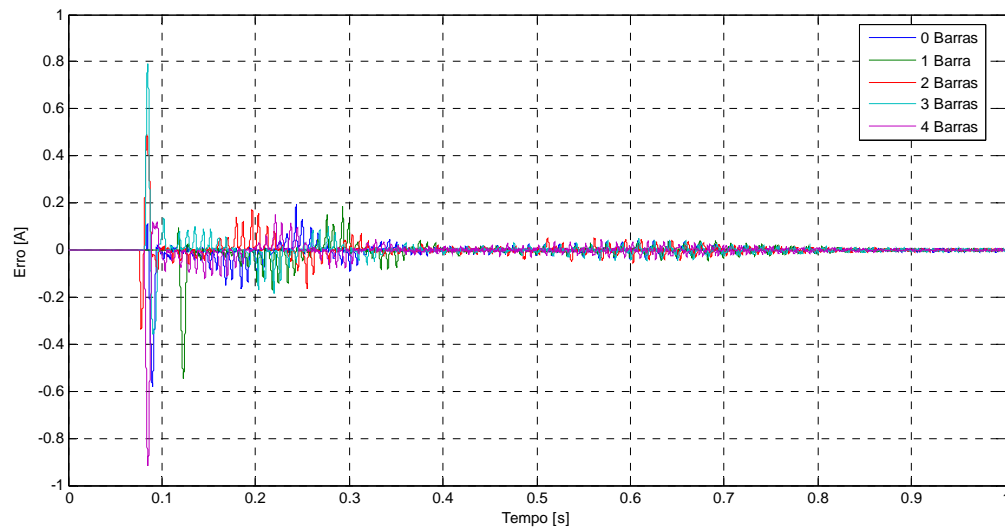


Figura 6.4 – Sinal sem a fundamental para o motor de 2 pólos.

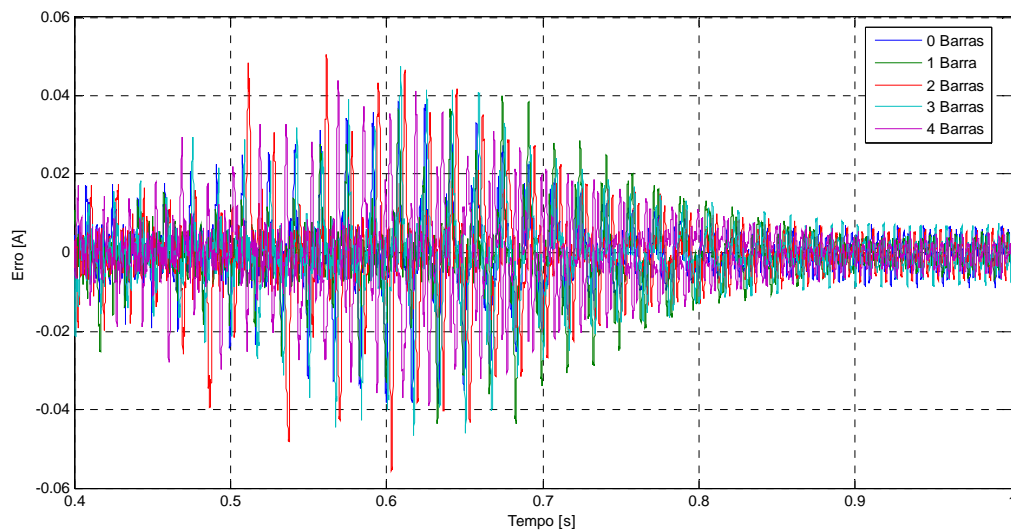


Figura 6.5 – Sinal sem a fundamental após a convergência do sistema.

Considerando a análise wavelet, a escala que melhor apresentou as falhas no rotor foi a 6. O cálculo de energia do sinal foi realizado considerando o intervalo de 20 a 40.

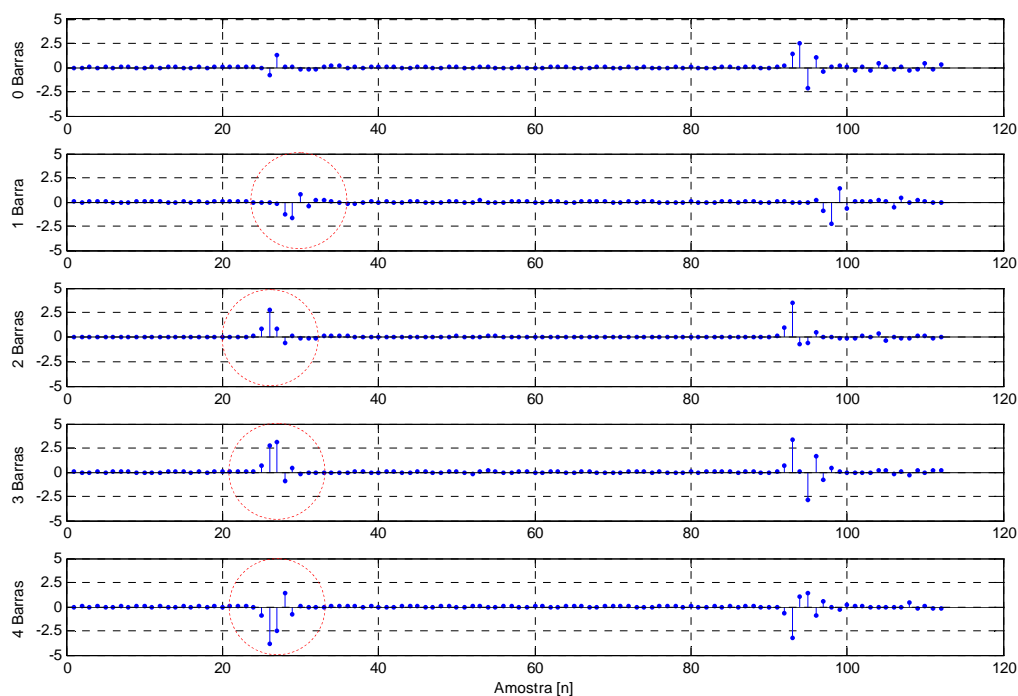


Figura 6.6 – Decomposição wavelet para a escala D7.

6.2.2 Motor: 3cv – 4 pólos – 220V – 90L

A figura abaixo mostra os sinais de corrente de partida após a extração da fundamental.

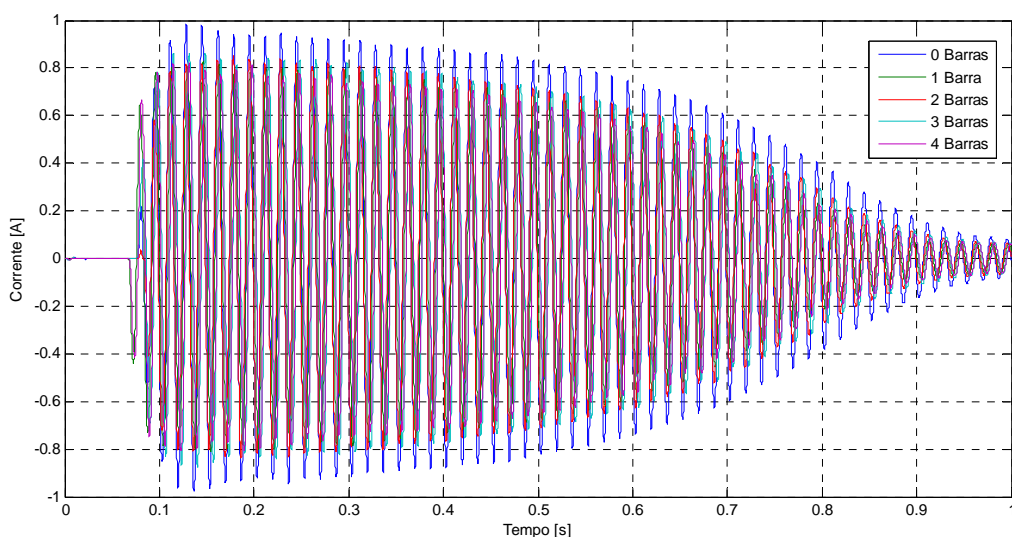


Figura 6.7 - Fundamental extraída para cada condição de falha.

As figuras 6.8 e 6.9 mostram os sinais de amplitude e frequência dos sinais extraídos.

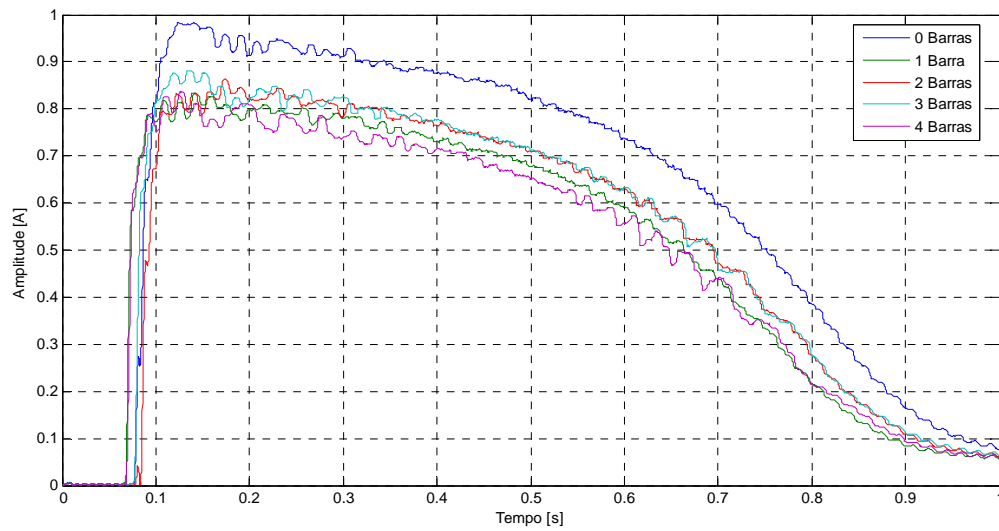


Figura 6.8 - Amplitude da fundamental extraída do motor 4 pólos.

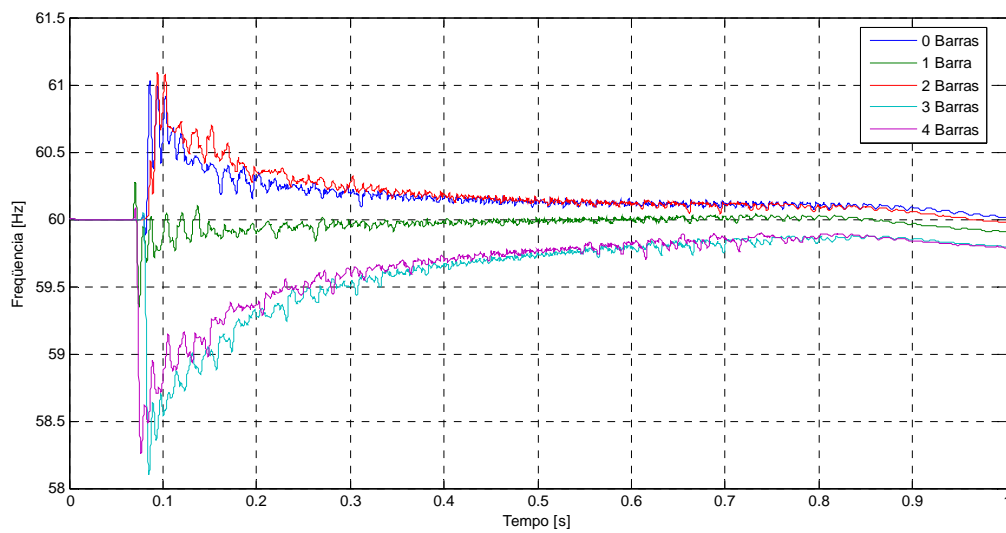


Figura 6.9 - Frequência da fundamental extraída do motor 4 pólos.

As figuras 6.10 e 6.11 mostram o sinal de erro obtido para o motor de 4 pólos. Novamente o sinal até 0,4 s foi descartado na análise wavelet.

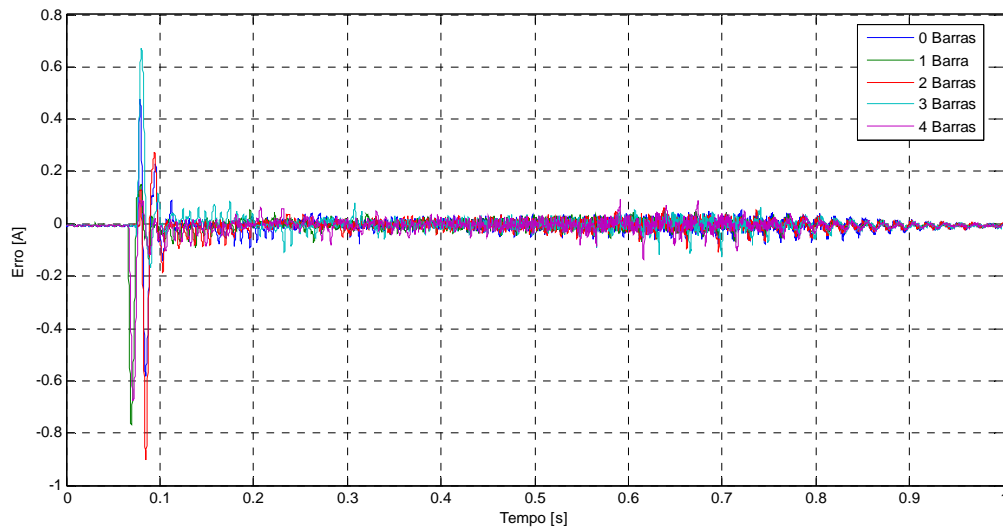


Figura 6.10 - O sinal de corrente após a extração da fundamental.

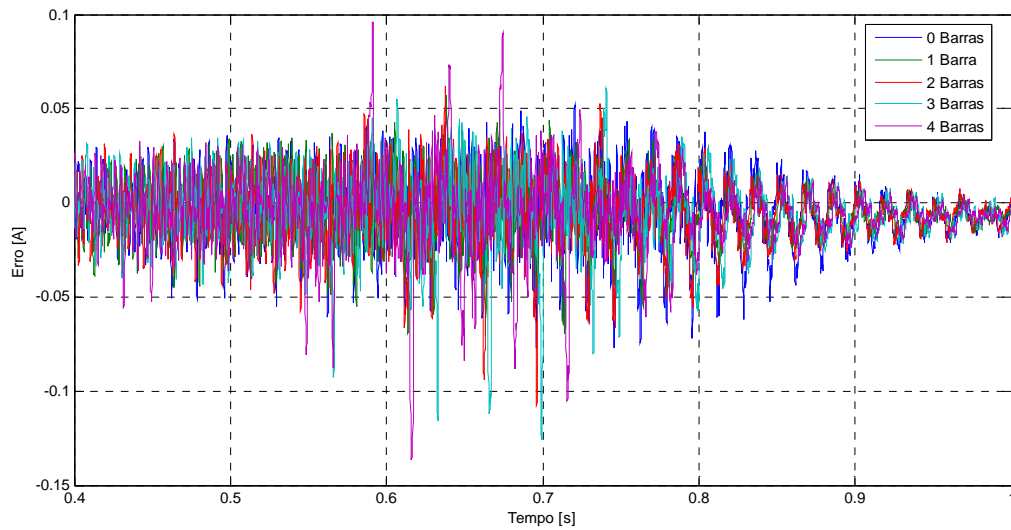


Figura 6.11 - Sinal considerado na análise por decomposição wavelet.

Para este motor, a melhor escala encontrada para a visualização das falhas foi a 6. Os distúrbios provocados pelas barras interrompidas estão localizadas entre os pontos 20 e 30.

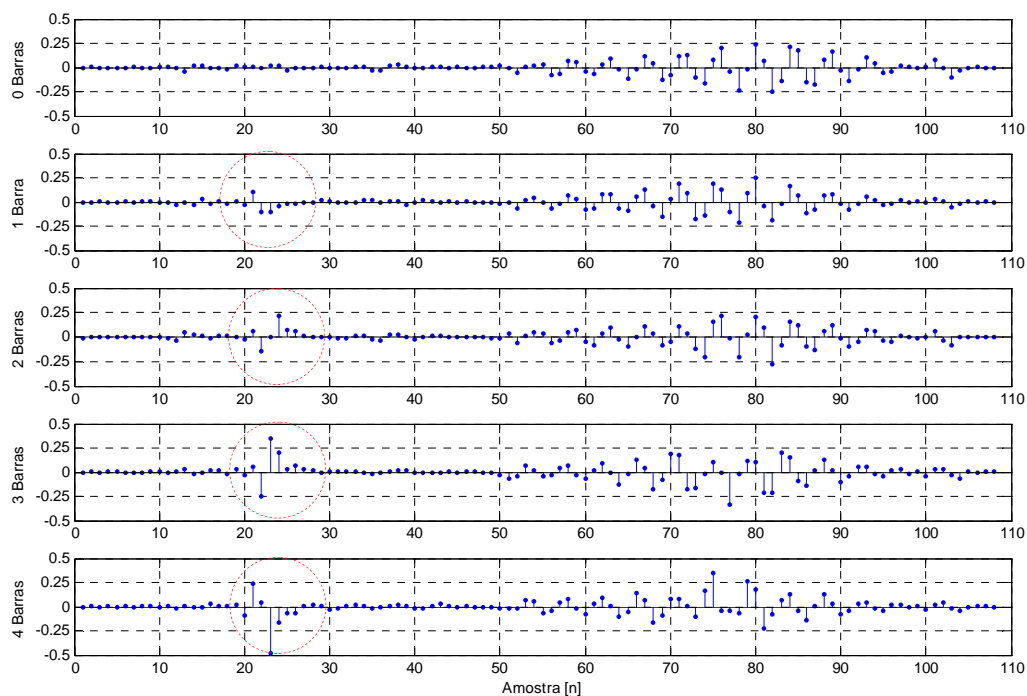


Figura 6.12 Decomposição Wavelet para a Escala D6.

6.2.3 Motor: 4cv – 6 pólos – 220V – 112M

Este motor apresentou a menor corrente de partida entre os três motores analisados. A maior preocupação estava em convergir o sistema de modo que a análise pudesse ser feita.

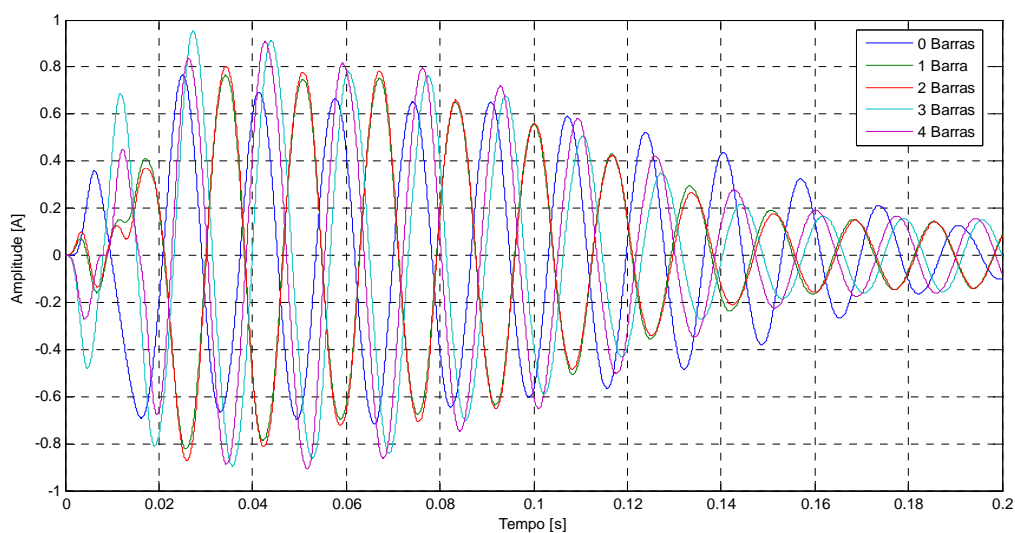


Figura 6.13 – Fundamental extraída do motor 6 pólos considerando as diversas falhas.

Os resultados foram os menos satisfatórios, visto que a precisão na extração foi prejudicada devido ao tempo e convergência ser relativamente baixo.

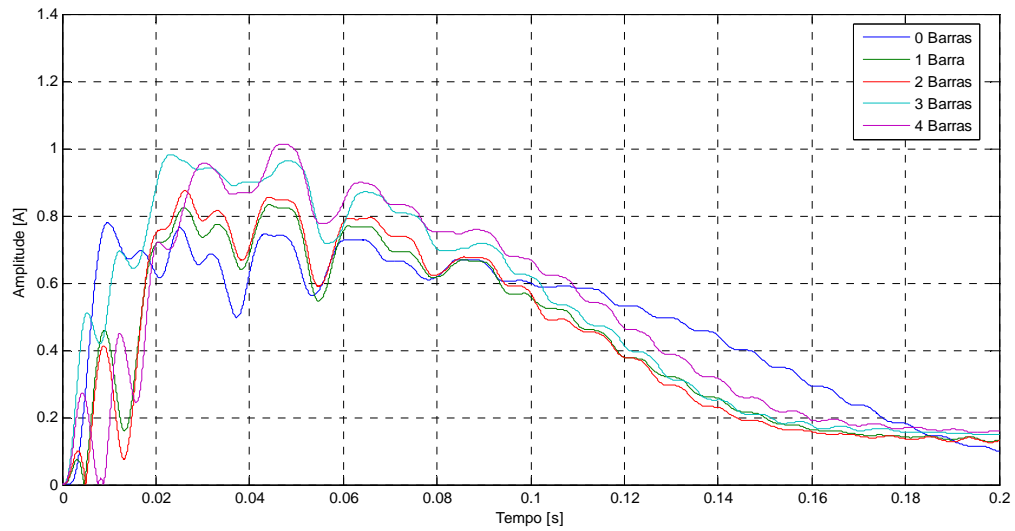


Figura 6.14 – Amplitude da fundamental extraída do motor 6 pólos.

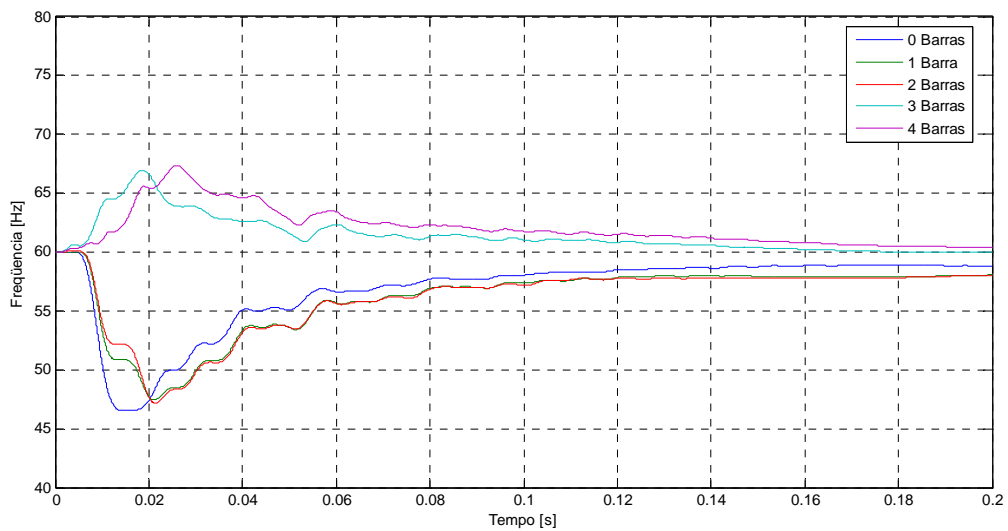


Figura 6.15 – Frequência da fundamental extraída do motor 6 pólos.

Pode-se observar que o sinal extraído ainda possui componentes de baixa frequência de forma mais acentuada. Foi descartado o sinal de erro entre 0 e 0,05s, que corresponde ao período de convergência.

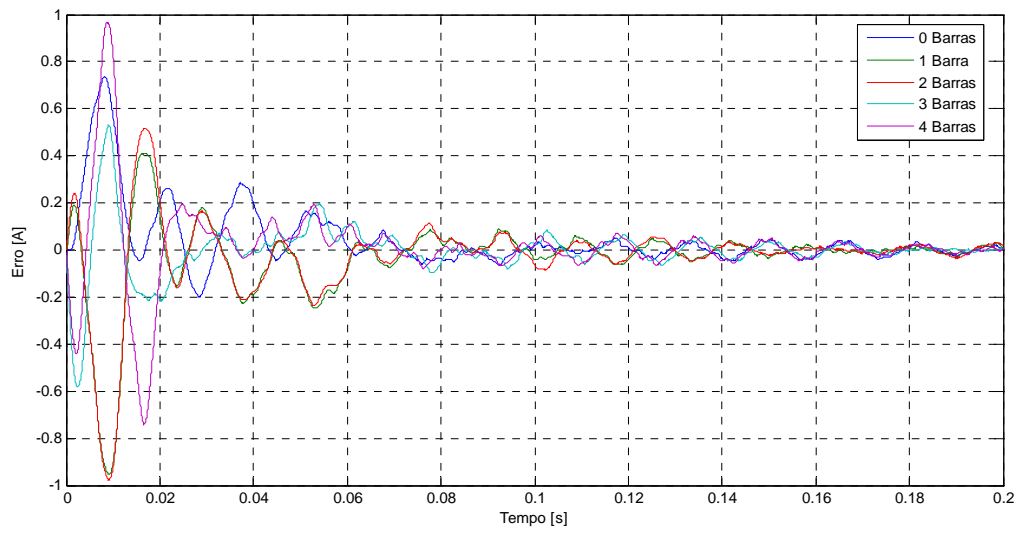


Figura 6.16 – O sinal de corrente após a extração da fundamental.

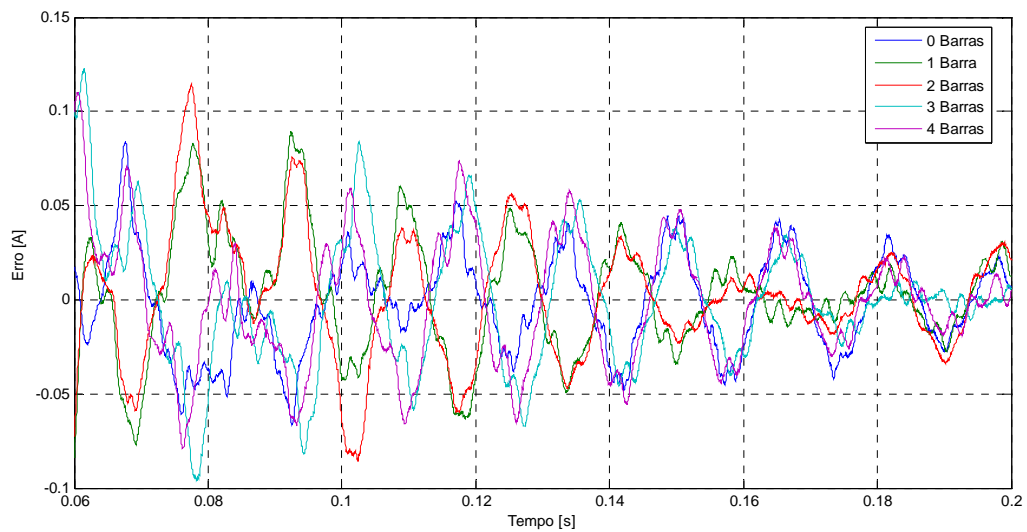


Figura 6.17 – Sinal considerado na análise por decomposição wavelet.

Os distúrbios apresentaram-se entre os pontos 60 e 80 considerando a escala 6. Podemos observar que a posição onde as falhas foram detectadas são um pouco diferentes dos demais motores e que a concentração do sinal se encontra em baixa frequência.

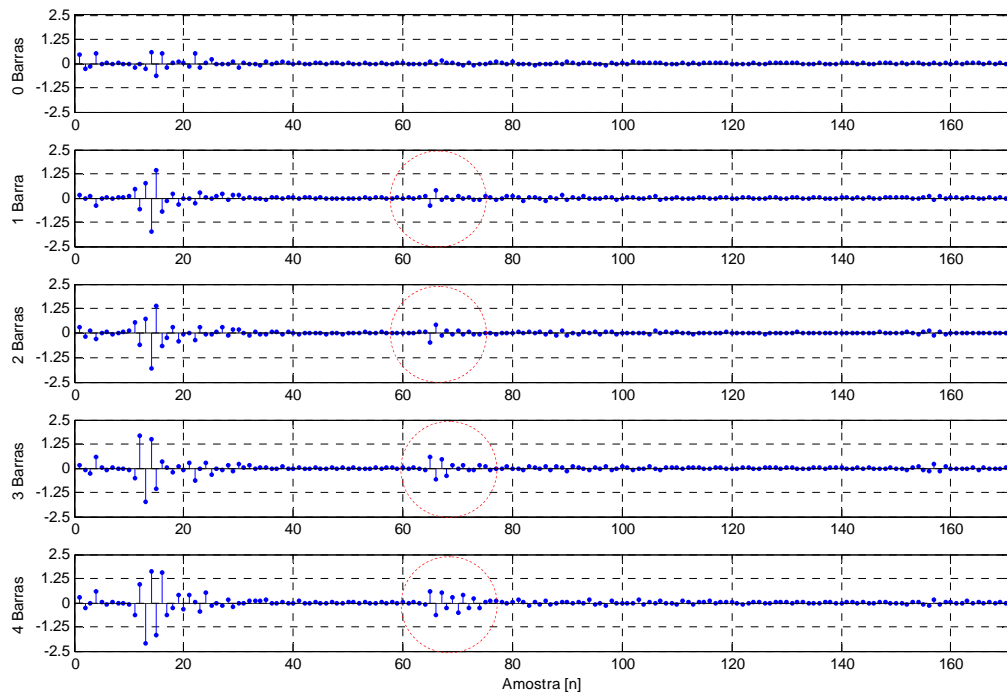


Figura 6.18 – Decomposição Wavelet para a Escala D7.

6.3 CONSIDERAÇÃO SOBRE OS RESULTADOS

Pode-se perceber que os valores de m_1 , m_2 e m_3 possuem uma influência muito importante no que tange à visualização das falhas. Tentou-se avaliar a saúde do rotor sem alterações desses parâmetros, mas os resultados mostraram-se inconclusivos. Os parâmetros para os motores de 2 e 6 pólos foram mantidos e observou-se alterações na qualidade dos resultados.

A tabela abaixo mostra os valores de energia em p.u. calculados dentro dos intervalos onde as falhas eram evidenciadas. Pode-se perceber que existe uma relação direta entre o número de barras falhadas e a energia do sinal.

Tabela 6.2 - Comparativo entre a energia do sinal em p.u. e o número de barras danificadas.

	Número de Falhas				
	0	1	2	3	4
7,5cv – 2P	1,0000	1,7441	3,7526	7,3172	9,9167
4,0cv – 4P	1,0000	5,2000	14,6000	41,7600	60,7200
3,0cv – 6P	1,0000	6,2987	7,7376	18,6964	30,9340

6.4 CONCLUSÃO

Os resultados apresentados neste capítulo mostram que a metodologia de detecção funciona, considerando as falhas envolvidas no trabalho. Não se pôde constatar um padrão de falha que possa ser facilmente implantado no painel de teste. Assim, essa ferramenta deverá conter mais algumas análises para se tornar efetiva e realmente agregar valor aos ensaios realizados na fábrica.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram estudados alguns métodos de detecção de falhas nas barras do rotor dos motores de indução de modo a desenvolver uma ferramenta de detecção de falhas na linha de produção da WEG Equipamentos Elétricos – Motores.

Diversos métodos têm sido desenvolvidos utilizando a corrente de partida dos motores de indução trifásicos como meio de detecção, uma vez que para executar esse tipo de análise não é necessário trabalhar com o motor em carga e tampouco retirar o rotor.

O método utilizado neste trabalho foi baseado em métodos já publicados, porém com um enfoque mais prático, uma vez que a idéia é desenvolver rotinas de cálculo que possam ser utilizadas no futuro nos painéis de teste de montagem.

Considerando os resultados obtidos no método de extração da fundamental, trata-se de uma ferramenta poderosa para essa finalidade. A grande dificuldade encontra-se em obter os valores ideais dos coeficientes de convergência do sistema, pois a relação entre tempo de resposta e precisão do sinal extraído tem um papel fundamental na análise por decomposição wavelet. A idéia inicial era utilizar os mesmos parâmetros de convergência para todos os motores, pois isto facilitaria em muito o processamento de dados. Porém, os motores utilizados no trabalho possuíam tempos de aceleração bem distintos e, dessa forma, o tempo de resposta do sistema precisou ser alterado para garantir certa coerência no sinal extraído. Considerando que na linha de produção não haverá meios de se aumentar a inércia de partida do motor fisicamente, a única forma de aumentar o tempo de partida seria reduzindo a tensão de alimentação a um valor mínimo. Entretanto, os resultados obtidos com esse procedimento não se apresentaram tão satisfatórios.

Uma das vantagens do método de extração está no equacionamento simples do sistema, que pode ser facilmente implantado utilizando qualquer linguagem de programação.

A decomposição por transformada wavelet é uma ferramenta excepcional no que tange a análise espectral de frequência. No trabalho foram analisadas algumas wavelets da família *Daubechies* com o intuito de produzir resultados analíticos eficazes. Dependendo da wavelet utilizada, os gráficos de escala da decomposição não evidenciam claramente onde as falhas se encontram. Além da wavelet utilizada, é preciso identificar em qual escala as perturbações provocadas pela falha nas barras do rotor são mais visíveis, ou seja, em que faixa

de frequência as falhas estão presentes. Os resultados foram mais significativos entre as escalas D5 e D7.

Para disponibilizar o resultado de maneira quantitativa, foi proposto o cálculo da energia do sinal dentro da faixa em que a falha mostra-se evidente. A grande dificuldade em utilizar este cálculo encontra-se em identificar de maneira não-visual a posição da falha. Os resultados obtidos no trabalho mostram que, para os motores utilizados, a falha se encontra nos primeiros 30 pontos do sinal escalonado. Dessa forma, o cálculo de energia ficou concentrado abaixo desse ponto. Não é possível afirmar que as falhas sempre estarão concentradas na mesma região, uma vez que não utilizamos uma diversidade muito grande de motores. Além disso, alguns fatores como a frequência de alimentação, o número de barras do rotor e tempo de aceleração podem afetar consideravelmente os resultados.

De um modo geral, o método utilizado no trabalho mostrou-se eficiente na detecção de falhas nas barras do rotor, porém sua utilização na detecção de falhas em larga escala irá depender de outras análises. A dificuldade em manter os parâmetros de convergência constantes para todos os motores devido ao tempo de aceleração e a dificuldade de detectar a região de falha de maneira não-visual exigem um estudo mais aprofundado de como relacionar essas dificuldades aos parâmetros do motor.

Algumas análises não foram contempladas neste trabalho e posteriormente poderão ser realizadas para aprimoramento e conseqüente aplicação na linha de produção. Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se citar:

- Influência dos parâmetros de convergência do sistema de extração da fundamental na detecção de falhas;
- Influência da frequência de amostragem utilizada na aquisição da corrente de partida na detecção de falhas;
- Como tornar o sistema de detecção apto a operação em larga escala, mantendo a repetibilidade dos resultados independente de velocidade e tempo de aceleração do motor;
- Avaliar a eficácia na detecção para grandes lotes do mesmo motor.

APÊNDICE A

A.1 A TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA (TWC)

É bem conhecido que um sinal de energia limitada (isto é, um sinal integrável quadrático), $f(t)$, pode ser decomposto por sua transformada de Fourier $F(w)$ como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w) \cdot e^{iwt} dw \quad (\text{A.1})$$

onde,

$$F(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-iwt} dt \quad (\text{A.2})$$

Nota-se que $F(w)$ e $f(t)$ constituem um par de transformadas de Fourier. A equação (A.2) é chamada de transformada de Fourier de $f(t)$ e a equação (A.1) é chamada de transformada inversa de Fourier. Do ponto de vista matemático, a equação (A.1) implica que o sinal $f(t)$ pode ser decomposto em uma família de harmônicas e^{iwt} e os coeficientes $F(w)$ representam as amplitudes das harmônicas em $f(t)$.

A transformada wavelet é definida de modo similar. No entanto, em vez de utilizar as harmônicas e^{iwt} , a transformada wavelet utiliza funções de bases $y_{a,b}(t)$ [27].

As wavelets são geradas de uma única wavelet básica $y(t)$, a chamada *wavelet mãe*, por escalonamento e translação:

$$y_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} y\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{A.3})$$

Na equação acima, a é o fator de escala e b é o fator de translação. A multiplicação por $a^{-1/2}$ faz a normalização de energia nas diferentes escalas.

A transformada wavelet $W_x(b,a)$ de um sinal de tempo contínuo $x(t)$ é definido como:

$$W_x(b, a) = \int x(t) \mathcal{Y}_{a,b}^*(t) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \mathcal{Y}^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (\text{A.4})$$

onde “*” indica conjugação complexa.

Assim, a transformada wavelet é computada como o produto interno de $x(t)$ e as versões deslocadas e escalonadas de uma única função $\mathcal{Y}(t)$, a então chamada wavelet.

Considerando $\mathcal{Y}(t)$ uma resposta ao impulso do tipo passa-banda, então a análise wavelet pode ser entendida como uma análise passa-banda. Pela variação do parâmetro de escala a , a frequência central e a largura de banda do passa-banda são influenciadas. A variação de b simplesmente significa uma translação no tempo, de modo que, para um a fixo, a transformada da equação (A.4) pode ser vista como uma convolução de $x(t)$ com a wavelet de tempo reversível e escalonada:

$$W_x(t, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} x(t) * \mathcal{Y}_a(t), \quad \mathcal{Y}_a(t) = \mathcal{Y}^*\left(\frac{-t}{a}\right) \quad (\text{A.5})$$

O pré-fator $|a|^{-1/2}$ é introduzido de modo a assegurar que todas as funções de escala $|a|^{-1/2} \mathcal{Y}^*(t/a)$ com $a \in \mathfrak{R}$ tenham a mesma energia.

Desde que a função análise $\mathcal{Y}(t)$ é escalonada e não modulada como o kernel da STFT, uma análise wavelet é muitas vezes chamada de análise tempo-escala em vez de análise tempo-frequência. No entanto, ambos estão naturalmente relacionados entre si pela interpretação de passa-banda. A figura A.2.1 mostra exemplos dos kernels da STFT e a transformada wavelet. Como se pode verificar, uma variação do tempo de atraso b e/ou do parâmetro de escala a não tem efeito na forma do kernel da transformada wavelet. No entanto, a resolução de tempo e frequência da transformada wavelet depende de a . Para análise de altas frequências (a pequeno), tem-se uma boa localização de tempo, mas uma fraca resolução de frequência. Por outro lado, para análise de baixas frequências, tem-se uma boa localização de frequência, mas uma fraca resolução de tempo. Enquanto a STFT é uma análise de largura de banda constante, a análise wavelet pode ser entendida como uma análise em oitavas.

É importante notar que nas equações acima, as funções wavelets de base não são especificadas. Esta é uma diferença entre a transformada wavelet e a transformada de Fourier, ou outras transformadas. A teoria das transformadas wavelets trata somente de propriedades gerais das wavelets e das transformadas wavelet. Isso define uma estrutura para que possam se desenvolver wavelets do modo que se desejar.

$$f(t) = \iint g(a,b) \mathcal{Y}_{a,b}(t) da db = \frac{1}{C_y} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} W(a,b) \frac{1}{\sqrt{a}} \mathcal{Y}\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (\text{A.6})$$

A.2 PROPRIEDADES

A.2.1 Condição de Admissibilidade

Quando se utiliza uma transformada de modo a obter melhor entendimento das propriedades de um sinal, deve ser assegurado que o sinal possa ser perfeitamente reconstruído. Caso contrário, a representação pode não ter sentido completamente ou em partes. Para a transformada wavelet, a condição que deve ser assegurada de modo a garantir a perfeita reconstrução é

$$C_y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (\text{A.7})$$

onde $\Psi(w)$ denota a transformada de Fourier da wavelet. Esta condição é conhecida como a *condição de admissibilidade* para a wavelet $\mathcal{Y}(t)$.

Obviamente, de modo a satisfazer a equação (A.7) a wavelet deve satisfazer

$$\Psi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{Y}(t) dt = 0 \quad (\text{A.8})$$

Além disso, $|\Psi(w)|$ deve decrescer rapidamente para $|w| \rightarrow 0$ e para $|w| \rightarrow \infty$. Isto é, $\mathcal{Y}(t)$ deve ser uma resposta ao impulso do tipo passa-banda. Uma vez que a resposta ao impulso passa-banda parece uma pequena onda, a transformada é nomeada de transformada wavelet.

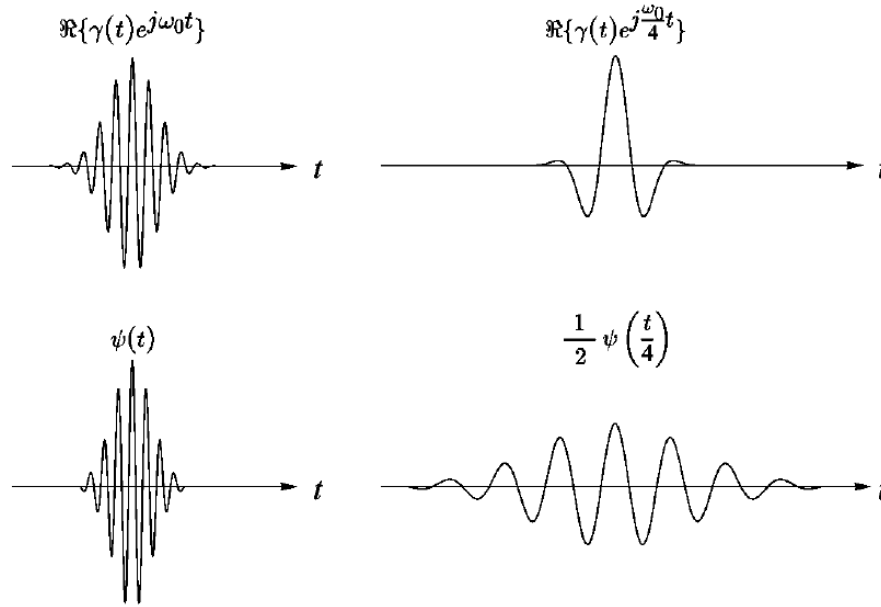


Figura A.2.1 – Comparação entre a análise através da STFT e da transformada wavelet de altas e baixas frequências.

Como pode ser visto de (A.4), a transformada wavelet de uma função unidimensional é bidimensional; a transformada wavelet de uma função bidimensional é de quatro dimensões. O produto tempo-largura de banda da transformada wavelet é o quadrado do sinal de entrada e para a maioria das aplicações práticas isto não é uma propriedade desejável. Portanto, são impostas algumas condições adicionais nas funções wavelets de modo a fazer a transformada wavelet decrescer rapidamente com o decréscimo da escala a . Estas são as condições de regularidade e elas determinam que a função wavelet deva ter suavidade e concentração em ambos os domínios de tempo e frequência.

A.2.2 Resoluções de Tempo e Frequência

A ilustração na figura A.2.2 é comumente utilizada para explicar como as resoluções de tempo e frequência deveriam ser interpretadas. Cada caixa na figura A.2.2 corresponde ao valor da transformada wavelet no plano tempo-frequência. Nota-se que as caixas possuem certa área não nula, o que implica que o valor de um ponto particular no plano tempo-frequência não pode ser conhecido. Todos os pontos no plano tempo-frequência que caem numa caixa são representados por um valor da TW [28].

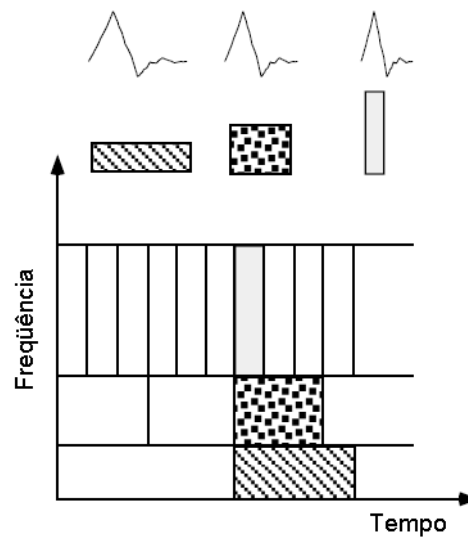


Figura A.2.2 – Representação das resoluções de tempo e frequência[24].

A primeira coisa a se notar é que, embora as larguras e alturas das caixas mudam, a área é constante. Isto é, cada caixa representa uma porção igual do plano tempo-frequência, mas dando diferentes proporções de tempo e frequência. Nota-se que, para baixas frequências, a altura das caixas é menor (o que corresponde a melhores resoluções de frequência, uma vez que existe menos ambigüidade considerando o valor da frequência exata), mas suas larguras são maiores (o que corresponde a uma resolução de tempo pobre, uma vez que existe mais ambigüidade considerando o valor do tempo exato). Para altas frequências, a largura das caixas decresce, isto é, a resolução de tempo torna-se melhor e a altura das caixas aumenta, isto é, a resolução de frequência torna-se mais pobre.

É interessante mencionar como as partições parecem no caso da STFT. Recorde que na STFT, as resoluções de tempo e frequência são determinadas pela largura da janela de análise, que é selecionada uma vez para toda análise, isto é, tanto a resolução de tempo quanto a de frequência são constantes. Conseqüentemente, o plano tempo-frequência consiste de quadrados no caso da STFT.

Não obstante as dimensões das caixas, as áreas de todas as caixas, tanto na STFT quanto na TW, são as mesmas e determinadas pela desigualdade de Heisenberg. Como um resumo, a área da caixa é fixada por cada função janela (STFT) ou wavelet mãe (TWC), visto que janelas ou wavelets mãe diferentes podem resultar em áreas diferentes. No entanto, todas as áreas são limitadas por $p/4$. Isto é, não é possível reduzir as áreas das caixas tanto quanto

se deseja devido ao princípio da incerteza de Heisenberg. Por outro lado, para uma dada wavelet mãe, as dimensões das caixas podem ser modificadas, mantendo-se a mesma área. Isto é exatamente o que a transformada wavelet faz.

A.3 A DISCRETIZAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA: AS SÉRIES WAVELET

Apesar da transformada wavelet contínua discretizada permitir a computação da transformada wavelet contínua por computadores, ela não é a verdadeira transformada discreta. De fato, as séries wavelet são simplesmente uma versão amostrada da TWC, e a informação que ela fornece é altamente redundante. Esta redundância, por um lado, requer uma quantidade significativa de tempo e recursos computacionais. A transformada wavelet discreta (TWD), por outro lado, fornece informação suficiente tanto para a análise quanto para a síntese do sinal original, com uma redução significativa no tempo computacional. Além disso, a TWD é consideravelmente mais fácil de implementar se comparada com a TWC.

A idéia principal é a mesma da TWC. Uma representação tempo-escala de um sinal digital é obtido utilizando-se técnicas de filtragem digital. É preciso recordar que a TWC é uma correlação entre uma wavelet para diferentes escalas e o sinal com a escala (ou a frequência) sendo utilizada como uma medida de similaridade. A transformada wavelet contínua foi computada através da mudança de escala da janela de análise, deslocando a janela no tempo, multiplicando pelo sinal e integrando ao longo do tempo. No caso discreto, filtros com diferentes frequências de corte são utilizadas para analisar o sinal em diferentes escalas. O sinal passa através de uma série de filtros passa-alta para analisar as altas frequências e passa através de uma série de filtros passa-baixa para analisar as baixas frequências.

A resolução do sinal, que é uma medição da quantidade de detalhes de informação no sinal, é alterada pelas operações de filtragem e a escala é alterada pelas operações de super-amostragem e sub-amostragem. Sub-amostrar um sinal corresponde a reduzir a taxa de amostragem ou remover algumas amostras do sinal. Sub-amostrar por um fator n reduz o número de amostras no sinal n vezes.

Super-amostrar um sinal corresponde a aumentar a taxa de amostragem de um sinal pela adição de novas amostras no sinal. Super-amostrar um sinal por um fator n aumenta o número de amostras no sinal por um fator de n [29].

A transformada wavelet tem três propriedades que dificultam a sua utilização diretamente na forma da eq. (A.4). A primeira propriedade é a redundância da TWC, já mencionada. Mesmo sem a redundância da TWC, ainda tem-se um número infinito de wavelets na transformada wavelet e reduzir esse número para uma quantidade mais gerenciável é o segundo problema.

O terceiro problema é que, para muitas funções, as transformadas wavelets não possuem soluções analíticas e elas podem ser calculadas somente numericamente. Algoritmos rápidos são necessários para explorar a potência da transformada wavelet e é, de fato, a existência desses algoritmos rápidos que tem colocado as transformadas wavelet onde elas estão hoje.

Como mencionado antes, a TWC transforma um sinal unidirecional para uma representação bidirecional de tempo-escala que é altamente redundante. O produto tempo-largura de banda da TWC é o quadrado daquele sinal e para muitas aplicações, em que se busca uma descrição do sinal com tão poucos componentes quanto possível, isso não é suficiente. Para superar este problema, as wavelets discretas têm sido introduzidas. As wavelets discretas não são escalonáveis e translacionáveis continuamente, mas podem somente ser escalonadas e transladadas em passos discretos.

$$\Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^j}} \Psi\left(\frac{t - kb_0 a_0^j}{a_0^j}\right) \quad (\text{A.9})$$

Apesar de ser chamada de wavelet discreta, é normalmente uma função contínua. Na equação acima j e k são inteiros e $a_0 > 1$ é um passo de dilatação fixo. O fator de translação b_0 depende do passo de dilatação. O efeito de discretizar a wavelet está no fato do espaço tempo-escala ser agora amostrado em intervalos discretos. Usualmente escolhemos $a_0 = 2$, de modo que a amostragem do eixo da frequência corresponda à amostragem diádica. Isto é uma escolha muito natural para computadores, ouvido humano e música. Para o fator de tradução, usualmente escolhemos $b_0 = 1$ de modo que também tenhamos uma amostragem diádica no eixo do tempo (ver figura A.3.1).

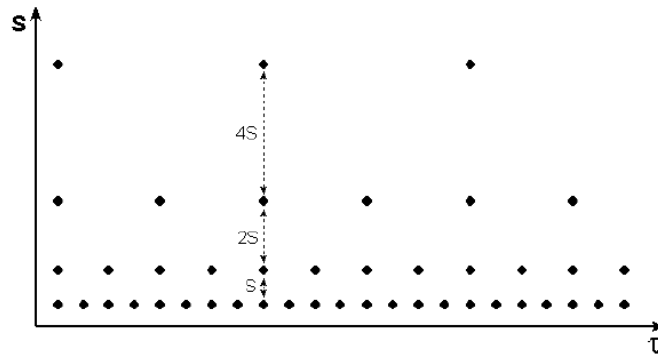


Figura A.3.1 - Localização das wavelets discretas no espaço tempo-escala num grid diádico [30].

Quando as wavelets discretas são utilizadas para transformar um sinal contínuo, o resultado será uma série de coeficientes wavelets, e é referenciada como uma decomposição em série wavelet. Um ponto importante no esquema de decomposição é a questão da reconstrução. Mas de fato é possível reconstruir um sinal de sua decomposição em série wavelet. Segundo Daubechies, a condição necessária e suficiente para reconstrução estável é que a energia dos coeficientes wavelet deve estar entre duas fronteiras positivas, isto é

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{j,k} \left| \langle f, \Psi_{j,k} \rangle \right|^2 \leq B\|f\|^2 \quad (\text{A.10})$$

onde $\|f\|^2$ é a energia de $f(t)$, $A > 0$, $B < \infty$ e A , B são independentes de $f(t)$. Quando a equação acima é satisfeita, a família de funções base $\Psi_{j,k}(t)$ com $j, k \in \mathbb{Z}$ é referida como uma estrutura com estruturas de fronteira A e B . Quando $A = B$ a estrutura é apertada e as wavelets discretas comportam-se exatamente como uma base ortonormal. Quando $A \neq B$, a reconstrução exata ainda é possível para o custo de uma *estrutura dual*. Em uma transformada wavelet discreta de estrutura dual, a decomposição wavelet é diferente da reconstrução wavelet.

Esqueceremos imediatamente as estruturas e continuaremos com a remoção de todas as redundâncias da transformada wavelet. O último passo consiste em fazer as wavelets discretas ortonormais. Isso pode ser feito somente com wavelets discretas. As wavelets discretas podem ser feitas ortogonais para suas dilatações e traduções pelas escolhas especiais da wavelet mãe, que significa:

$$\int \Psi_{j,k}(t) \Psi_{m,n}^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{se } j=0 \quad e \quad k=n \\ 0 & \text{demais} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Um sinal arbitrário pode ser reconstruído, somando as funções wavelet ortogonais de base, através dos coeficientes da transformada wavelet:

$$f(t) = \sum_{j,k} g(j,k) \Psi_{j,k}(t) \quad (\text{A.12})$$

A equação acima mostra a transformada wavelet inversa para wavelets discretas.

A ortogonalidade não é essencial na representação de sinais. As wavelets não precisam ser ortogonais e em algumas aplicações a redundância pode ajudar a reduzir a sensibilidade do ruído ou melhorar a invariância de posição da transformada. Essa é uma desvantagem das wavelets discretas: a transformada wavelet resultante não é *invariante ao deslocamento*, o que significa que as transformadas wavelet de um sinal e uma versão tempo-deslocamento do mesmo sinal não são simplesmente versões deslocadas de cada um.

A.4 A TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA

A.4.1 Análise de Múltipla Resolução (AMR) [29]

Apesar dos problemas de resolução de tempo e frequência serem resultados de um fenômeno físico (o princípio de incerteza de Heisenberg) e existirem independente da transformada utilizada, é possível analisar qualquer sinal utilizando uma aproximação alternativa chamada de Análise de Múltipla Resolução (AMR). AMR, como o próprio nome sugere, analisa o sinal para diferentes frequências com diferentes resoluções.

AMR é projetado para dar uma boa resolução de tempo e uma fraca resolução de frequência para altas frequências e boa resolução de frequência e fraca resolução de tempo para baixas frequências. Essa aproximação faz sentido especialmente quando o sinal tiver componentes de alta frequência para durações curtas e componentes de baixa frequência para durações longas. Felizmente, os sinais que são encontrados em aplicações práticas são muitas vezes desse tipo.

O intuito de encontrar wavelets, $w(t)$, com as mesmas propriedades da wavelet de Haar, isto é, as wavelets filhas, $w_{j,k} = \sqrt{2^j} w(2^j t - k)$, para todo j e k , formam uma base ortogonal, implica na usual Análise-Síntese para todos os sinais:

$$\text{Análise: } c_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) w_{j,k}(t) dt \quad (\text{A.13})$$

$$\text{Síntese: } x(t) = \sum_j \sum_k c_{j,k} w_{j,k}(t) \quad (\text{A.14})$$

Seja W_j o conjunto de todos os sinais $x(t)$, que pode ser sintetizado das wavelets filhas $w_{j,k}(t)$, $-\infty < k < \infty$. Esses espaços são ortogonais entre eles e pode-se sintetizar qualquer sinal (energia) $x(t)$ como:

$$x(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} x_j(t) \text{ onde } x_j(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} w_{j,k}(t) \quad (\text{A.15})$$

Existe outro modo de expressar essa idéia. Seja V_j o conjunto de todos os sinais $x(t)$ que pode ser sintetizado das wavelets filhas $w_{i,k}(t)$ onde $i < j$ e $-\infty < k < \infty$. Isto é

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{j-1} \sum_k c_{i,k} w_{i,k}(t) \quad (\text{A.16})$$

Os espaços V_j são aninhados dentro deles mesmos. Isto é,

$$\{0\} \subset \cdots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset L^2$$

Como j vai para o infinito, V_j amplia-se para tornar todos os sinais de energia (L^2).

Como j vai para o infinito negativo, V_j regride apenas para o sinal zero.

É claro das definições que todo sinal em V_{j+1} é uma soma de um sinal em V_j e W_j pois:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^j \sum_k c_{i,k} w_{i,k}(t) = \sum_{i=-\infty}^{j-1} \sum_k c_{i,k} w_{i,k}(t) + \sum_k c_{j,k} w_{j,k}(t) \quad (\text{A.17})$$

Isto é, pode-se escrever:

$$V_{j+1} = W_j + V_j$$

Isto mostra que os espaços W_j são as diferenças (no sentido de subespaço) entre os espaços adjacentes V_j e V_{j+1} .

Os espaços V_j e W_j podem ser visualizados como segue

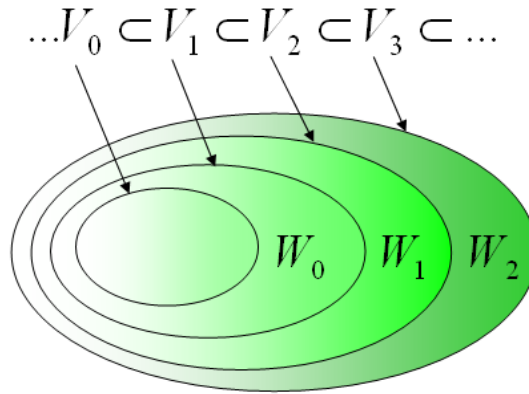


Figura A.4.1 – Espaços V_j e W_j .

O termo Análise de Múltipla Resolução refere-se a análise dos sinais em relação a esta sequência de subespaços.

Para ter-se uma idéia melhor da análise de múltipla resolução, é necessário decompor um sinal $x(t)$ em V_0 em poucas vezes. Pode-se utilizar a decomposição:

$$\begin{aligned} &= V_{-1} + W_{-1} \\ &= V_{-2} + W_{-2} + W_{-1} \\ V_0 &= V_{-3} + W_{-3} + W_{-2} + W_{-1} \\ &= V_{-4} + W_{-4} + W_{-3} + W_{-2} + W_{-1} \end{aligned}$$

Isto leva a várias decomposições:

$$\begin{aligned}
&= A_1(t) + D_1(t) \\
x(t) &= A_2(t) + D_2(t) + D_1(t) \\
&= A_3(t) + D_3(t) + D_2(t) + D_1(t) \\
&= A_4(t) + D_4(t) + D_3(t) + D_2(t) + D_1(t)
\end{aligned}$$

Onde $D_i(t)$ em W_{-i} é chamado de detalhe para o nível i e $A_i(t)$ em V_{-1} é chamado de aproximação para o nível i .

Os diferentes aspectos do sinal aparecem nos detalhes e nas aproximações. Os espaços V_j têm uma propriedade muito importante relacionada ao tempo de compressão pelos fatores de 2.

A.4.1.1 A propriedade de duas escalas da Múltipla Resolução

Um sinal $x(t)$ está no espaço V_j se, e somente se $x(2t)$ está no próximo espaço V_{j+1} .

Isto segue da equação:

$$w_{i,k}(2t) = \frac{1}{\sqrt{2}} w_{i+1,k}(t) \quad (\text{A.18})$$

A investigação da análise de múltipla resolução leva a uma função de escala, um par de filtros discretos no tempo, e um banco de filtros de reconstrução perfeita que pode ser utilizado para calcular a DWT rapidamente.

A.4.1.2 A Função de Escala

As wavelets usuais $w(t)$ têm uma função de escala $f(t)$ que pode produzir os subespaços de Múltipla Resolução V_j como segue.

Sejam as “funções filhas de escala”,

$$f_{j,k}(t) = \sqrt{2^j} f(2^j t - k) \quad (\text{A.19})$$

onde $-\infty < j < \infty$ e $-\infty < k < \infty$.

Para a wavelet, a “escala” de $f_{j,k}(t)$ é $1/2^j$ e a “posição” é $k/2^j$.

De modo que os sinais no espaço V_j possam ser sintetizados das funções filhas de escala $f_{j,k}(t)$, $-\infty < k < \infty$, deve-se encontrar a função $f(t)$.

Uma vez que os espaços V_j são obtidos de V_0 pelo tempo de compressão ou dilatação elevado a potência de 2, precisa-se somente verificar os espaços V_0 . Assim, é necessário encontrar uma função $f(t)$ de modo que os sinais em V_0 possam ser sintetizados das chamadas translações inteiras $f(t-k)$ da função de escala.

No caso da wavelet Haar, as funções de escala são a caixa unitária atrasada por $1/2$:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{outras partes} \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Então, $f_{j,k}(t)$ é a caixa de comprimento $1/2^j$ estendendo de $k/2^j$ a $(k+1)/2^j$.

Para constatar que as translações inteiras de $f(t)$ formam uma base para V_0 , nota-se que:

$$f(t) = \sum_{j=-1}^{\infty} 2^{j/2} w_{j,0}(t)$$

$$w_{-1,0}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (f(t) - f(t-1))$$

Por uma fórmula similar, pode-se sintetizar $w_{i,0}(t)$ de $f(t)$ e suas translações para qualquer i negativo.

A.4.1.3 A Equação de Duas Escalas e os Filtros

Existe uma importante equação conectando a função de escala a ela mesma para duas escalas de tempo diferentes. Esta equação fundamental é chamada de Equação de Duas Escalas e produz um dos filtros.

Existem coeficientes do filtro discreto no tempo $h_0(n)$ tal que:

$$f(t) = \sum_n h_0(n) \sqrt{2} f(2t - n) \quad (\text{A.21})$$

Isso segue trivialmente da suposição que $V_0 \subset V_1$ mas é provavelmente a equação mais importante envolvendo a função de escala.

Uma vez que W_0 é também um subconjunto de V_1 , há outras duas equações de escala para a wavelet que produz um outro filtro $h_1(n)$, tal que:

$$w(t) = \sum_n h_1(n) \sqrt{2} f(2t - n) \quad (\text{A.22})$$

No caso da wavelet de Haar, a função de escala é a caixa de largura 1 estendendo do tempo 0 até o tempo 1.

Segue que $f(2t)$ é a caixa de largura $\frac{1}{2}$ estendendo do tempo 0 até o tempo $\frac{1}{2}$. Similarmente, $f(2t-1)$ é a caixa de largura $\frac{1}{2}$ estendendo do tempo $\frac{1}{2}$ até o tempo 1.

Quando se adicionam essas duas funções caixa menores, obtém-se $f(t)$. Isto é,

$$f(t) = f(2t) + f(2t-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} f(2t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} f(2t-1) \quad (\text{A.23})$$

O filtro para a função de escala é $h_0 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$

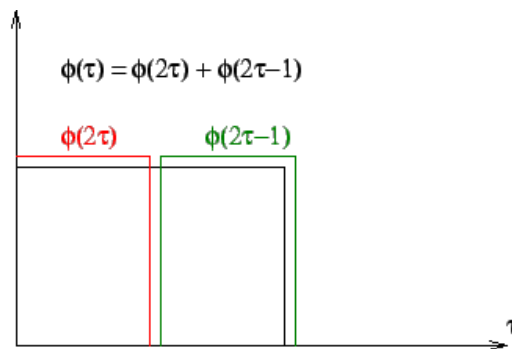


Figura A.4.2 – A equação de duas escalas para a escala Haar.

Similarmente, a wavelet Haar pode ser expressa como:

$$f(t) = f(2t) - f(2t-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2}f(2t) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2}f(2t-1) \quad (\text{A.24})$$

O filtro para o função de escala é $h_1 = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right]$

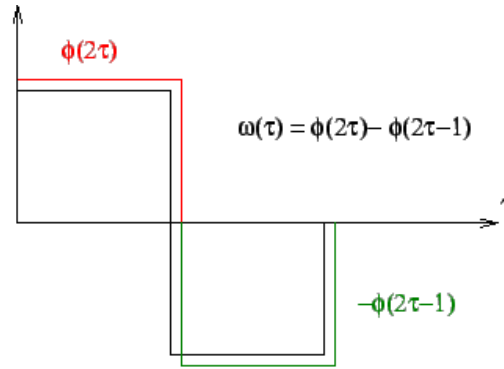


Figura A.4.3 – A equação de duas escalas para a escala Haar.

A.4.2 Banco de Filtros [29]

Foi visto previamente que a Análise de Múltipla Resolução permite decompor um sinal em aproximações e detalhes.

No nível teórico isto é uma situação de Análise-Síntese, isto é, temos as bases $f_{j,k}(t)$ e $w_{j,k}(t)$ e utilizam-se essas bases para decompor o sinal.

No nível prático, assume-se que o sinal é representado por seus coeficientes de aproximação para alguma escala $1/2^J$ e decompõe-se em termos de seus coeficientes para escalas maiores.

Ambos os pontos de vista são necessários para um real entendimento do assunto.

Nesta seção será mostrado que os coeficientes de aproximação e detalhe podem ser computados usando os filtros previamente mencionados. Como se devem computar esses coeficientes para muitas escalas diferentes, necessita-se de um banco de filtros.

A.4.2.1 Análise: Da Escala Fina à Escala Grosseira

Na Transformada Wavelet Discreta temos $V_j = V_{j-1} + W_{j-1}$. Isto é, cada sinal $x(t)$ em V_j pode ser expresso de dois modos usando as funções bases em cada um dos espaços.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_k cA_0(k) f_{j,k}(t) \\ &= \sum_k cA_1(k) f_{j-1,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Inicia-se com os coeficientes $A_0(k)$ no índice de escala j e produzimos os dois conjuntos de coeficientes $A_1(k)$ e $D_1(k)$ no índice de escala $j-1$ (análise). Alternativamente, pode-se começar com dois conjuntos de coeficientes $A_1(k)$ e $D_1(k)$ no índice de escala $j-1$ e os coeficientes $A_0(k)$ no índice de escala j (síntese) são produzidos.

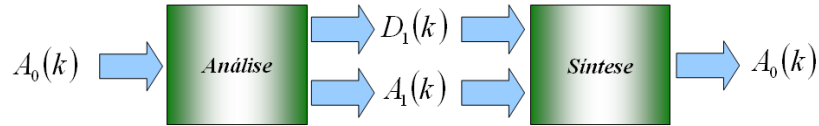


Figura A.4.4 - Visão da Análise/Síntese da DWT.

Pode-se mostrar que as duas operações de Análise e Síntese são produzidas por determinado banco de filtros.

Como as wavelets e as escalas em cada nível de índice são ortogonais, os coeficientes $cA_1(k)$ e $D_1(k)$ podem ser computados pela equação do produto interno usual:

$$\begin{aligned} &= \langle x(t), f_{j-1,k}(t) \rangle \\ cA_1(k) &= \left\langle \sum_n cA_0(n) f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \right\rangle \\ &= \sum_n cA_0(n) \langle f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \rangle \end{aligned}$$

Para completar esse cálculo, é necessário computar o produto interno:

$$\begin{aligned}\langle f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2^j} f(2^j - n) \sqrt{2^{j-1}} f(2^{j-1}t - k) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2^{2j-1}} f(2^j - n) f(2^{j-1}t - k) dt\end{aligned}$$

Considerando $s = 2^{j-1} - k$, tem-se:

$$\langle f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} f(2s + 2k - n) f(s) ds$$

Utilizando a equação de duas escalas para $f(s)$,

$$\begin{aligned}\langle f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} f(2s + 2k - n) \sum_m h_0(m) \sqrt{2} f(2s - m) ds \\ &= \sum_m h_0(m) \int_{-\infty}^{\infty} f(2s + 2k - n) f(2s - m) 2 ds\end{aligned}$$

Assim:

$$\langle f_{j,n}(t), f_{j-1,k}(t) \rangle = h_0(n - 2k)$$

Pode-se agora completar o cálculo previamente iniciado:

$$cA_1(k) = \sum_n h_0(n - 2k) cA_0(n) \quad (\text{A.26})$$

Os coeficientes de detalhe podem ser computados similarmente.

$$\begin{aligned} &= \langle x(t), w_{j-1,k}(t) \rangle \\ cD_1(k) &= \left\langle \sum_n cA_0(n) f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \right\rangle \\ &= \sum_n cA_0(n) \langle f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \rangle\end{aligned}$$

Para completar este cálculo, o produto interno precisa ser computado:

$$\begin{aligned}\langle f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2^j} f(2^j - n) \sqrt{2^{j-1}} w(2^{j-1}t - k) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2^{2j-1}} f(2^j - n) w(2^{j-1}t - k) dt\end{aligned}$$

Considerando $s = 2^{j-1} - k$ tem-se:

$$\langle f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} f(2s + 2k - n) w(s) ds$$

Utilizando a equação de duas escalas para $f(s)$,

$$\begin{aligned} \langle f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} f(2s + 2k - n) \sum_m h_1(m) \sqrt{2} f(2s - m) ds \\ &= \sum_m h_1(m) \int_{-\infty}^{\infty} f(2s + 2k - n) f(2s - m) 2 ds \end{aligned}$$

Assim:

$$\langle f_{j,n}(t), w_{j-1,k}(t) \rangle = h_1(n - 2k)$$

Em cima da substituição desta fórmula no cálculo precedente, obtém-se:

$$cD_1(k) = \sum_n h_1(n - 2k) cA_0(n) \quad (\text{A.27})$$

A.4.2.2 Filtragem e Sub-amostragem

As duas fórmulas para os coeficientes de aproximação e detalhe parecem similares à convolução, mas existe uma sub-amostragem envolvida.

$$cA_1(k) = \sum_n h_0(n - 2k) cA_0(n)$$

$$cD_1(k) = \sum_n h_1(n - 2k) cA_0(n)$$

Sub-amostrar um sinal de tempo discreto $x(n)$ consiste em omitir todos os outros valores. Pode-se lembrar de um sistema cuja entrada é $x(n)$ e cuja saída é $y(n) = x(2n)$.

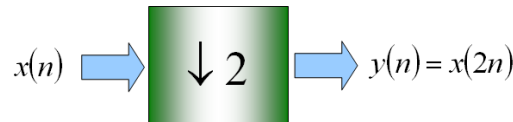


Figura A.4.5 – Sub-amostragem.

Entender as equações de aproximação e detalhe ajudará a definir os filtros de tempo reverso $\tilde{h}_0(n) = h_0(-n)$ e $\tilde{h}_1(n) = h_1(-n)$. Utiliza-se temporariamente $m = 2k$ para visualizar a convolução.

$$\begin{aligned} &= \sum_n h_0(n-m) cA_0(n) \\ u(m) &= \sum_n \tilde{h}_0(m-n) cA_0(n) \\ &= \tilde{h}_0(m) * cA_0(m) \end{aligned}$$

Ao seguir este filtro pelo sub-amostrador, obtêm-se os coeficientes de aproximação no próximo nível.

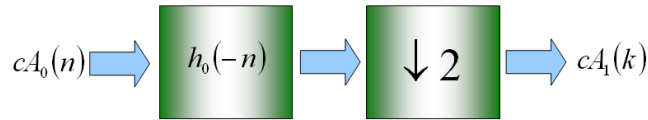


Figura A.4.6 – Filtro e Sub-amostragem.

O mesmo cálculo permanece para os coeficientes de detalhe. Isto é, a convolução com o filtro invertido no tempo $h_1(-n)$ seguido pela sub-amostragem produz os coeficientes de detalhe no próximo nível.

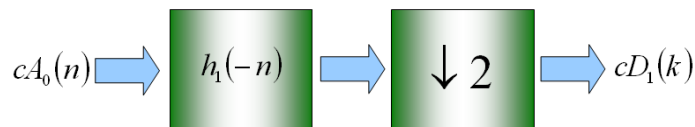


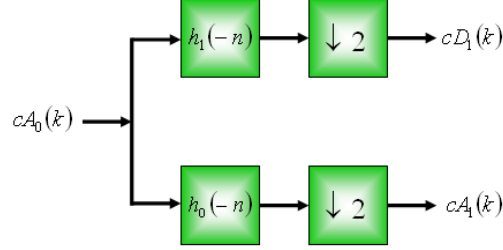
Figura A.4.7 – Filtro e Sub-amostragem.

A.4.2.3 O Banco de Filtros de Análise de Um Estágio

Dever-se-ia realmente pensar nas operações com dois filtros por sub-amostragem como um banco de filtros.

Têm-se analisado uma função $x(t)$ em V_j num detalhe $D_1(t)$ em W_{j-1} e numa aproximação $A_1(t)$ em V_{j-1} , através de um banco de filtros para calcular os coeficientes $cD_1(k)$ e $cA_1(k)$.

$$\begin{aligned}
&= \sum_k cA_0(k) f_{j,k}(t) \\
x(t) &= \sum_k cA_1(k) f_{j-1,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \\
&= A_1(t) + D_1(t)
\end{aligned}$$



A.4.2.4 O Banco de Filtros de Análise

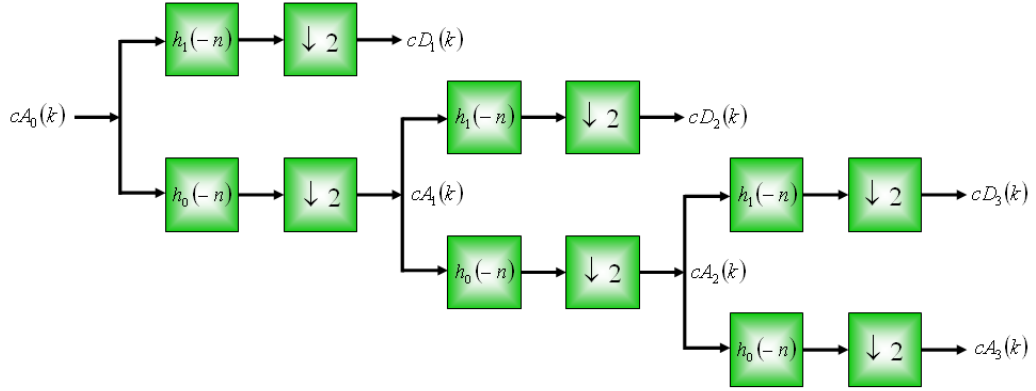
Pode-se decompor ainda mais $A_1(t)$ para obter:

$$\begin{aligned}
&= A_1(t) + D_1(t) \\
x(t) &= \sum_k cA_2(k) f_{j-2,k}(t) + \sum_k cD_2(k) w_{j-2,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \\
&= A_2(t) + D_2(t) + D_1(t)
\end{aligned}$$

Pode-se então decompor $A_2(t)$ para obter:

$$\begin{aligned}
&= A_1(t) + D_1(t) \\
&= \sum_k cA_2(k) f_{j-2,k}(t) + \sum_k cD_2(k) w_{j-2,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \\
x(t) &= A_2(t) + D_2(t) + D_1(t) \\
&= \sum_k cA_3(k) f_{j-3,k}(t) + \sum_k cD_3(k) w_{j-3,k}(t) + \sum_k cD_2(k) w_{j-2,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \\
&= A_3(t) + D_3(t) + D_2(t) + D_1(t)
\end{aligned}$$

Os coeficientes, $cA_m(k)$ e $cD_m(k)$ para $m=1,2,3$ pode ser calculado pela iteração ou cascata do banco de filtro de estágio único para obter um banco de filtros de múltiplo estágio.



A.4.2.5 Síntese: Da Escala Grossa à Escala Fina

A decomposição de um sinal numa aproximação e num detalhe pode ser invertida, isto é, pode-se iniciar com dois conjuntos de coeficientes $A_1(k)$ e $D_1(k)$ no índice de escala $j-1$ e produzir os coeficientes $A_0(k)$ no índice de escala j (síntese). Tem-se:

$$\begin{aligned}
 &= \sum_k cA_0(k) f_{j,k}(t) \\
 x(t) &= \sum_k cA_1(k) f_{j-1,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t) \\
 &= A_1(t) + D_1(t)
 \end{aligned}$$

Do fato que $f_{j,n}(t)$ é uma base ortogonal para V_j tem-se:

$$\begin{aligned}
 &= \langle x(t), f_{j,k}(t) \rangle \\
 cA_0(n) &= \left\langle \sum_k cA_1(k) f_{j-1,k}(t) + \sum_k cD_1(k) w_{j-1,k}(t), f_{j,n}(t) \right\rangle \\
 &= \sum_k cA_1(k) \langle f_{j-1,k}(t), f_{j,n}(t) \rangle + \sum_k cD_1(k) \langle w_{j-1,k}(t), f_{j,n}(t) \rangle \\
 &= \sum_k cA_1(k) h_0(n-2k) + \sum_k cD_1(k) h_1(n-2k)
 \end{aligned}$$

Esta equação de síntese pode ser entendida em termos de super-amostragem e filtragem.

A.4.2.6 Super-Amostragem e Filtragem

As expressões:

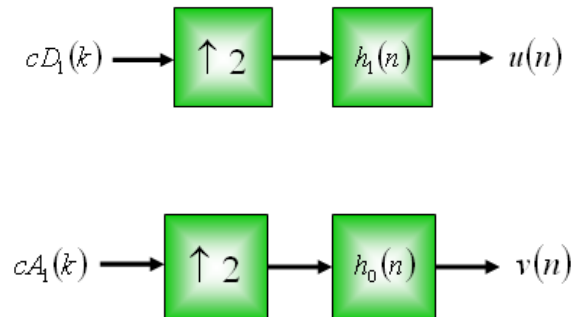
$$u(n) = \sum_k cA_1(k) h_1(n-2k)$$

$$v(n) = \sum_k cD_1(k)h_0(n-2k)$$

Parecem convoluções, mas a super-amostragem é envolvida. A super-amostragem de um sinal no tempo discreto $x(n)$ consiste em inserir zeros entre os valores. Pode-se pensar sobre um sistema com entrada $x(n)$ e saída $y(n) = x(n/2)$ para valores pares de n e $y(n) = 0$ para valores ímpares de n .

$$x(n) \rightarrow \boxed{\uparrow 2} \rightarrow y(n) = \begin{cases} x(n/2) & \text{para } n \text{ par} \\ 0 & \text{para } n \text{ ímpar} \end{cases}$$

As expressões para $u(n)$ e $v(n)$ consistem de uma super-amostragem seguida de filtragem.



A.4.2.7 O Banco de Filtro de Síntese de Um Estágio

Segue que a fórmula de síntese consiste em adicionar as saídas dos coeficientes de detalhe e aproximação super-amostrados e filtrados.

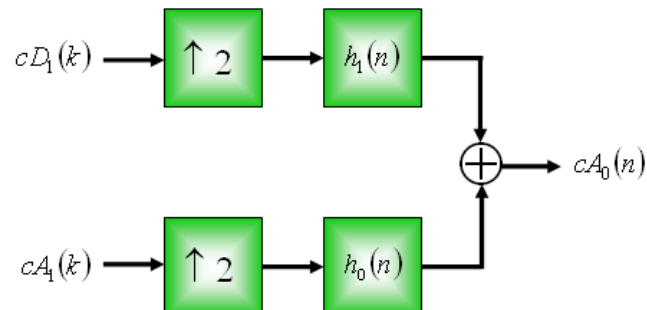


Figura A.4.8 – Síntese de um estágio.

A.4.2.8 Banco de Filtro de Reconstrução Perfeita

Ao alimentar a saída do banco de filtros de análise de um-estágio na entrada do banco de filtros de síntese de um-estágio, obtêm-se os coeficientes originais de volta. Pode-se dizer que há uma reconstrução perfeita do banco de filtros.

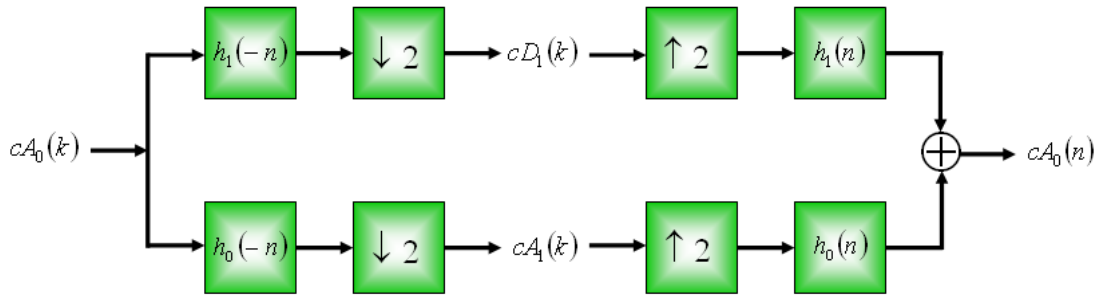


Figura A.4.9 – Banco de Filtros de Reconstrução Perfeita

Note que a natureza não casual dos filtros do Banco de Análise não causa um problema na prática, uma vez que estamos tratando com filtros FIR. Isso significa que pode-se aplicar um atraso fixo N para cada filtro para transformá-lo em casual antes de aplicar o sinal de entrada. Isso é o mesmo que atrasar o sinal de entrada por N antes de aplicá-lo no banco de filtros.

Para tornar as coisas simples, assume-se que ambos os filtros $h_0(n)$ e $h_1(n)$ tem comprimento $N + 1$. Se o tempo do filtro reverso $h_1(-n)$ é atrasado por N , obtém-se assim o “Casual Flip” do filtro $h_1(n)$.

Denote os filtros reversos por $rh_i(n) = h_i(N - n)$, $i = 0, 1$. Filtrar um sinal $x(n)$ por $rh_i(n)$ é o mesmo que atrasar o sinal por N e em seguida filtrar por $h_i(-n)$. Assim, pode-se ter um banco de filtros consistindo de filtros causais que dão uma reconstrução perfeita com um atraso total de N . Os filtros de análise são $rh_1(n)$ e $rh_0(n)$ enquanto os filtros de síntese são $h_1(n)$ e $h_0(n)$.

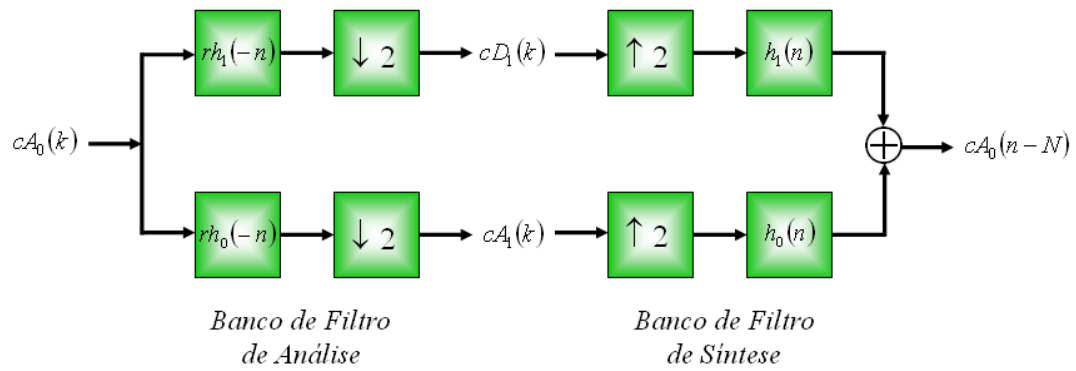
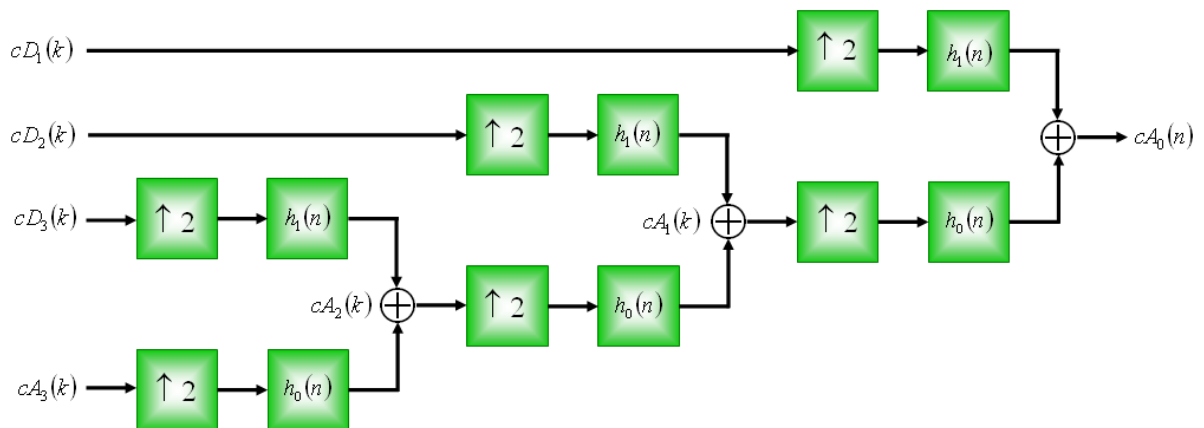


Figura A.4.10 – Banco de filtros de reconstrução perfeita causal.

A.4.2.9 O Banco de Filtros de Síntese

As saídas do banco de filtros de múltiplos estágios podem ser alimentadas em um banco de filtros de síntese de múltiplo estágio para reproduzir os coeficientes originais. Por exemplo, um banco de análise de nível 3 produz as saídas $cD_1(k)$, $cD_2(k)$, $cD_3(k)$ e $cA_3(k)$. Estes são alimentados em um banco de filtros de síntese como mostrado:



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABBASZADEH, K. Broken Bar Detection in Induction Motor via Wavelet Transformation. ANUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 27º, 2001, p.95-99.
- [2] BENBOUZID M. A Review of Induction Motors Signature Analysis as a Medium for Faults Detection. IEEE Transactions on Industrial Electronics, v.47, n.5, p.984-993, October 2000.
- [3] BACHA, K. Diagnosis of Induction Motor Rotor Broken Bars. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL TECHNOLOGY, 2004, p.979-984.
- [4] RAFIMANZELAT, M. R. Induction Machine Broken Bar Detection Using Neural Networks Based Classification. In: CONFERENCE ON CYBERNETICS AND INTELLIGENT SYSTEMS, Singapore, 1-3 December, 2004, p.1362-1367.
- [5] MARTIS, C. Analytical Approach Of The Rotor Broken Bars Effects On the Induction Machine Behavior. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL TECHNOLOGY, Maribor, Slovenia, 2003, p.495-499.
- [6] HENAO, H. Analytical Approach of the Stator Current Frequency Harmonics Computation for Detection of Induction Machine Rotor Faults. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v.41, n.3, p.801-807, May/Jun 2006.
- [7] WATSON, J. F. Improved Techniques for Rotor Fault Detection in Three-Phase Induction Motors. **IEEE**, 1998, p.271-277.
- [8] THOMAS, V. V. Online Cage Rotor Fault Detection Using Air-gap Torque Spectra. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v.18, n.2, p.265-270, June 2003.
- [9] YAZICI, B. An Adaptative Statistical Time-Frequency Method for Detection of Broken Bars and Bearing Faults in Motors Using Stator Current. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v.35, n.2, p.442-452, Mar/Apr 1999.

-
- [10] BANGURA, J. F. Diagnosis and Characterization of Effects of Broken Bars and Connectors in Squirrel-Cage Induction Motors by a Time-Stepping Coupled Finite Element-State Space Modeling Approach. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v.14, n.4, p.1167-1176, Dec 1998.
- [11] DOUGLAS, H. Broken Rotor Bar Detection in Induction Machines With Transient Operating Speeds. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v.30, n.1, p.135-141, Mar 2005.
- [12] STONE G., Electrical Insulation for Rotating Machines, 2004
- [13] CRUZ, J. M. R. Induction Motors Broken Bar And Eccentric Gap On-line Detection Using Motor Signature Current Analysis Under Laboratory And Field Conditions. IEEE, 2004, p.65-69.
- [14] KRAL, C.; PIRKER F. A Comparison of Rotor Fault Detection Techniques with Respect to the Assessment of Fault Severity. In: SYMPOSIUM ON DIAGNOSTICS FOR ELECTRIC MACHINES, POWER ELECTRONICS AND DRIVES, Atlanta, GA, USA, 24-26 August 2003, p.265-270.
- [15] ANTONINO, J. A. Study of the Startup Transient for the Diagnosis of Broken Bars in Induction Motors: A Review.
- [17] DAVIU, J. A. A. Validation of a New Method for the Diagnosis of Rotor Bar Failures via Wavelet Transform in Industrial Induction Machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v.42, n.4, p.990-996, Aug 2006.
- [18] CUSIDO, J. New Fault Detection Techniques for Induction Motors. Electrical Power Quality and Utilization, Magazine, v.II, n.1, 2006.
- [19] PILLAY, P. Motor Current Signature Analysis. IEEE, p.587-594, 1996.
- [20] WATSON, J. F. The Current Analysis Program – A Software Tool for Rotor Fault Detection in Three Phase Induction Motors. In: IEE CONFERENCE IN ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES, 11-13 Sep. 1995, n.412, p.156-160.
- [21] BURNETT, R. The Application of Modern Signal Processing Techniques to Rotor Fault Detection and Location within Three Phase Induction Motors. IEEE, 1995, p.426-431.

-
- [22] ZIARANI, A. K. A Method of Extraction of Nonstationary Sinusoids. *Signal Processing* 84, p.1323-1346, 2004.
- [23] NIU, F. Rotor Broken Bars Fault Diagnosis for Induction Machines Based on the Wavelet Ridge Energy Spectrum. P.2274-2277.
- [24] GRAPS, A. An Introduction to Wavelets. *IEEE Computational Science and Engineering*, v.2, n.2, Summer 1995.
- [25] KIM, C. Wavelet Transforms in Power Systems. *IEE Power Engineering Journal*, April 2000, p.81-87
- [26] LIMA, P. C. Wavelets: Uma Introdução. UFMG, 29/07/2003. ABMC Symposium Series in Mechatronics, v.1, p.616-624, 2004
- [27] SANTIAGO, D. Application of Wavelet Transform to Detect Faults in Rotating Machinery.
- [28] POLIKAR, R. The Wavelet Tutorial – Part III – Multiresolution Analysis & The Continuous Wavelet Transform. Rowan University, March 1999. <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTpart3.html>
- [29] POLIKAR, R. The Wavelet Tutorial – Part IV – Multiresolution Analysis: The Discrete Wavelet Transform. Rowan University, March 1999. <http://users.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/WTpart4.html>
- [30] VALENS, C. A Really Friendly Guide to Wavelets. 1999-2004. <http://pagesperso-orange.fr/polyvalens/clemens/wavelets/wavelets.html>